

文章编号:1004-1478(2011)03-0033-05

小波包变换技术在图像处理中的应用

李德启¹, 刘传领²

(1. 商丘职业技术学院 计算机系, 河南 商丘 476000;
2. 南京理工大学 计算机学院, 江苏 南京 210094)

摘要:为了避免图像视觉效果在传输和获取过程中受到混合噪声的影响,采用小波包分解和重构的算法、空域滤波器进行去噪和小波进行图像融合的方法对图像进行技术处理.实验表明,利用小波包变换技术能对含多种噪声的图像进行增强处理,既能去除图像噪声,又能保持细节背景清晰的图像增强效果.

关键词:多分辨分析;小波包变换;混合噪声;图像处理

中图分类号:TP391.41 **文献标志码:**A

The application of wavelet packet transform in image processing

LI De-qi¹, LIU Chuan-ling²

(1. Dept. of Comp., Voc. Tech. and Inst., College of Shangqiu, Shangqiu 476000, China;
2. College of Comp., Nanjing Univ. of Sci. and Tech., Nanjing 210094, China)

Abstract:To avoid the effect of transmission and acquisition process by mixed noise on visual effect, wavelet packet decomposition and reconstruction algorithms, spatial filter for denoising and wavelet image fusion method were applied. Experiments showed that the wavelet packet transform with a variety of noise can enhance the image processing and remove image noise while preserving details of the background of a clear image enhancement.

Key words: multiresolution analysis; wavelet packet transform; mixed noise; image processing

0 引言

图像的视觉效果在传输和获取过程中,通常会受到混合噪声等因素的影响.对含混合噪声的图像增强技术一直是计算机视觉、模式识别、图像分割等研究领域的一个关键的问题^[1].如何去噪、改进视觉效果并保留尽可能多的敏感信息是当前研究的一个热点^[2].根据图像的特点,人们提出并发展了不同的图像增强的方法,在这些方法中,基于小波变换的图像处理技术是一个非常成功的方法.在

实际应用中,人们常常对特定区域、特定时间、特定频段段的信号感兴趣,故希望在这些地方最大可能地提高分辨率^[3].小波分析正符合了这种要求,它将频带进行多层次划分,对分辨率分析没有细分的高频部分进一步分解,并能根据被分析特征自适应地选择相应的频带,使之与信号频谱相匹配,从而提高时频分辨率,因此,小波包具有广泛的应用价值^[4].为了避免图像视觉效果受到混合噪声的影响,本文拟采用小波包分解和重构的算法、空域滤波器进行去噪和小波进行图像融合的方法对图像

收稿日期:2010-11-12

作者简介:李德启(1974—),男,河南省商丘市人,商丘职业技术学院讲师,主要研究方向为软件工程、模式识别.

进行技术处理,并通过实验来验证此方法的有效性.

1 小波包分解和重构算法

考察多分辨分析中的空间分解: $L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} W_j$, 此式表明多分辨分析是按照不同的尺度因子 j 把空间 $L^2(R)$ 分解为子空间 $W_j (j \in Z)$ 的正交和^[5], 其中 W_j 为小波函数 $\{\psi_{j,k}\}_{k \in Z}$ 的闭包(小波子空间). 对小波子空间 W_j 按二进制分式进行频率的细分以达到提高频率分辨率的目的, 将尺度子空间 V_j 和小波子空间 W_j 用一个新的子空间 U_j^m 统一起来表征, 若令 $U_j^0 = V_j, U_j^1 = W_j, j \in Z$, 则正交分解 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ 即可用 $U_j^{2^n}$ 的分解统一为 $U_{j+1}^n = U_j^n \oplus U_j^n, j \in Z$. 定义子空间 U_j^n 是函数 $u_n(t)$ 的闭包空间, 而 $U_j^{2^n}$ 是函数 $u_{2^n}(t)$ 的闭包空间, 并令 $u_n(t)$ 满足下面的双尺度方程:

$$u_{2n}(t) = \sum_k h_k u_n(2t - k) \quad \text{①}$$

$$u_{2n+1}(t) = \sum_k g_k u_n(2t - k) \quad \text{②}$$

其中, $g_k = (-1)^k h_{1-k}$, 即两系数也具有正交关系. 由①②式构造的序列 $\{u_n(t)\}$ (其中 $n \in Z_+$) 称为由基函数 $\varphi(t) = u_0(t)$ 确定的小波包. 由于 $\varphi(t)$ 由 h_k 唯一确定, 所以又称 $\{u_n(t)\}_{n \in Z}$ 为关于序列 $\{h_k\}$ 的正交小波包^[6].

命题 设非负整数 n 的二进制表示为 $n = \sum_{i=1}^{+\infty} \varepsilon_i 2^{i-1}, \varepsilon_i = 0$ 或 1 , 则小波包函数 $u_n(t)$ 的傅里叶变换由下式给出

$$\hat{u}_n(\omega) = \prod_{i=1}^{+\infty} m_{\varepsilon_i} \left(\frac{\omega}{2^i} \right)$$

其中, $m_0(\omega) = H(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k e^{-ik\omega}, m_1(\omega) =$

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_k e^{-ik\omega}.$$

该命题设 $\{u_n(t)\}_{n \in Z}$ 是正交尺度函数 $\varphi(t)$ 下的有差错小波包, 则 $\{u_n(t)\}_{n \in Z} < u_n(t-k), u_n(t-l) \geq \delta_{k,l}$, 即 $\{u_n(t)\}_{n \in Z}$ 构成 $L^2(R)$ 的规范正交基^[7].

在多分辨率分析中, 利用上述定义与性质, 并设

$$W_j = U_j^1 = U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3$$

$$U_{j-1}^2 = U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5$$

$$U_{j-1}^3 = U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7, \dots$$

则可得到小波子空间 W_j 的分解如下:

$$W_j = U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3$$

$$W_j = U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5 \oplus U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7$$

...

$$W_j = U_{j-2}^k \oplus U_{j-2}^{k+1} \oplus \dots \oplus U_{j-2}^{2^k+1-1}$$

...

$$W_j = U_0^{2^j} \oplus U_0^{2^j+1} \oplus \dots \oplus U_0^{2^{j+1}-1}$$

W_j 空间分解的子空间序列可写作 $U_{j-l}^{2^l+m}, m=0, 1, \dots, 2^l-1; l=1, 2, \dots, j; j=1, 2, \dots$, 子空间序列 $U_{j-l}^{2^l+m}$ 的标准正交基为 $\{2^{-\frac{l-1}{2}} u_{2^l+m}(2^{j-l}t - k); k \in Z\}$. 容易看出, 当 $l=0, m=0$ 时, 子空间序列 $U_{j-l}^{2^l+m}$ 简化为 $U_j^1 = W_j$, 相应的正交基简化为 $2^{-\frac{l}{2}} \psi(2^{-j}x - k)$, 恰好为标准正交基簇 $\{\psi_{j,k}(x)\}$ ^[8].

若 n 是一个倍频细划的参数, 即令 $n = 2^l + m$, 并定义小波包的简略记号为 $\psi_{j,k,n}(t) = 2^{-\frac{l}{2}} \psi_n(2^l t - k)$, 其中 $\psi_n(t) = 2^{\frac{l}{2}} u_{2^l+m}(2^l t)$. 把 $\psi_{j,k,n}(t)$ 称为具有尺度指标 j , 位置指标 k 和频率指标 n 的小波包.

定义 由函数 $\psi_n(t)$ 生成的函数簇 $\psi_{j,k,n}(t)$ (其中 $n \in Z_+, j, k \in Z$) 称为由尺度函数 $\varphi(t)$ 构造的小波库.

定理 对于每一个 $j=0, 1, 2, \dots, L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} W_j = \dots \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus U_0^2 \oplus U_0^3 \oplus \dots$, 此时 $\{\psi_{j,k,n} | j = \dots, -1, 0; n = 2, 3, \dots \text{且 } k \in Z\}$ 是 $L^2(R)$ 的一个正交基.

基于以上分析, 小波包的分解和重构算法如下:

小波包的分解算法: 由 $\{d_i^{j+1,n}\}$ 求 $\{d_i^{j,2^n}\}$ 与 $\{d_i^{j,2^{n+1}}\}$, 有

$$d_i^{j,2^n} = \sum_k h_{k-2i} d_k^{j+1,n}$$

$$d_i^{j,2^{n+1}} = \sum_k g_{k-2i} d_k^{j+1,n}$$

小波包的重构算法: 由 $\{d_i^{j,2^n}\}$ 与 $\{d_i^{j,2^{n+1}}\}$ 求 $\{d_i^{j+1,n}\}$, 有

$$d_i^{j+1,n} = \sum_k (h_{k-2i} d_k^{j,2^n} + g_{k-2i} d_k^{j,2^{n+1}})$$

2 小波包变换在图像处理的综合应用

2.1 小波包变换在图像增强技术中的应用原理

图像是非平稳信号, 小波分析具有多分辨率分析的特点, 适合用来处理图像数据信号. 但不同类型的图像, 频谱差别较大, 必须对频谱进行更细的划分, 这时采用小波包分析来处理图像能取得更好的效果^[4]. 利用小波包对图像进行消噪可按下列步骤进行:

1)对图像进行小波包分解. 选择合适的小波并确定一个小波分解的层次 N , 然后对图像进行 N 层小波包分解.

2)计算最佳树(即确定最佳小波包基). 对图像进行小波包分解时, 可以采用多种小波包基. 通常根据分析图像的要求, 从中选择最好的一种小波包基, 即最优基.

3)对小波包分解系数的阈值进行量化.

4)对图像的小波包进行重构. 根据第 N 层的小波包分解系数和量化处理系数, 进行图像的小波包重构.

为了便于比较, 以一幅 lena 图像为例进行对比研究, 在无噪声图像中先加入高斯噪声(均值为 0, 方差为 0.01), 再加入椒盐噪声(强度为 0.01)进行实验. 选取的滤波器大小为 5×5 , 小波包去噪阈值为 35. 对各种常见噪声利用滤波器进行实验, 仅选取 2 个效果最好的进行比较.

2.2 图像增强训练

本文提出以下基于小波包变换的图像去噪并进行融合的增强方法^[9]:

1)对图像进行小波包分解、计算最佳树、并对分解系数进行阈值量化, 最后进行重构, 得到初步去噪图像 f_0 ; 再次重复得二次小波包去噪图像 f_{00} ;

2)分别对图像 f_0 进行一次中值滤波、自适应 Wiener 滤波及一次小波包去噪, 得到的图像为 f_{01}, f_{02}, f_0 . 分别如图 1f)、1g)、1h) 3 幅图像: 图 1 中的

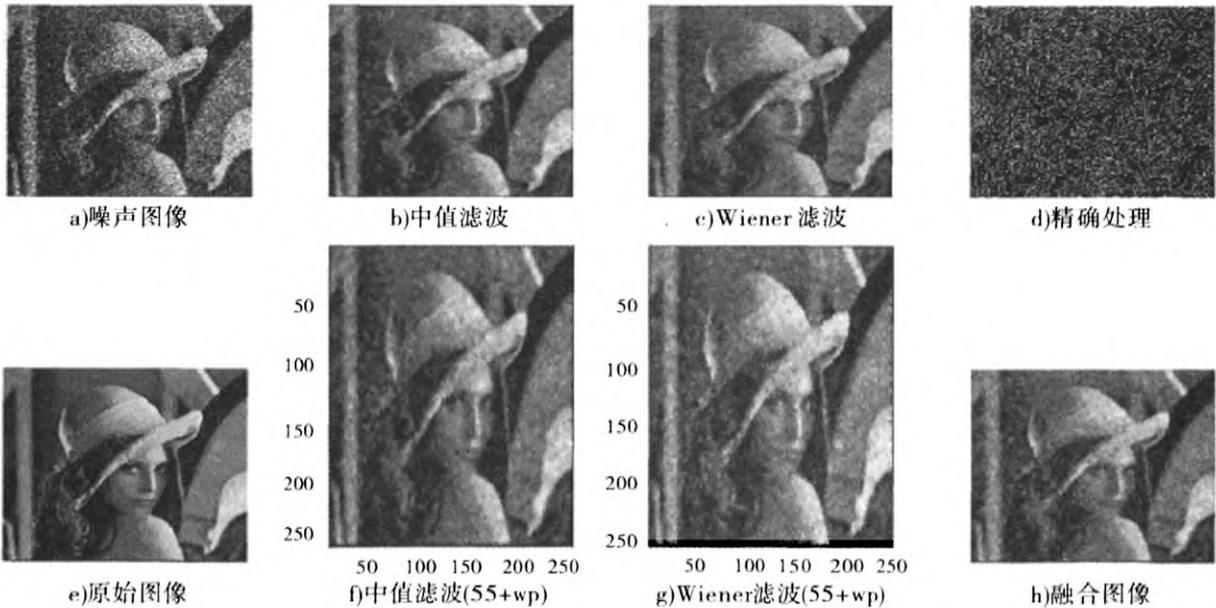


图 1 图像增强训练的一次去噪

f)、g)2 幅图像进行纵向拉伸, 是为了突出纵向的图像变化及去噪情况, 而横向不拉伸, 是为了便于与最后一幅图像的横向对比.

3)对第 2 步中所得的图像 f_{01}, f_{02}, f_0 分别对应进行二次去噪, 得到的图像为 f_{011}, f_{022}, f_{00} 分别对应为图 2 中的 f)、g)、h)3 幅图像;

4)把图像 f_{011}, f_{022} 进行小波图像融合, 所得图像再与 f_{00} 进行小波融合, 得到最终去噪图像, 见图 3.

2.3 图像增强训练结果分析

首先, 为了验证试验效果, 针对利用此方法与 J. S. Walker 等^[10]在 2000 年提出的 TAWS 算法分别对同一幅图像进行消噪处理后, 以信噪比为标准进行对比分析.

假定对比条件为: 噪声方差均为 32, 经过对图像 3 层分解, 阈值迭代次数均为 3. 分别进行去噪处理后, 得到图 4 所示的效果图. 对比此效果图明显可以看出, 用笔者提出的算法图 b) 在仿真效果上远远优于 TAWS 算法图 a).

对笔者提出的小波包变换算法与 TAWS 算法分别对图像进行消噪后, 以信噪比为衡量标准进行对比, 把信噪比定义为:

$$SNR = 10 \log_{10} (\|f\|_2^2 / \|f - g\|_2^2)$$

实验结果如表 1 所示. 通过对表 1 进行分析可以得出, 同一幅图像在噪声方差和阈值下迭代次数均相同的条件下, 使用笔者提出的去噪算法比使用 TAWS 算法, 去噪所得到的信噪比有不同程度的提高.

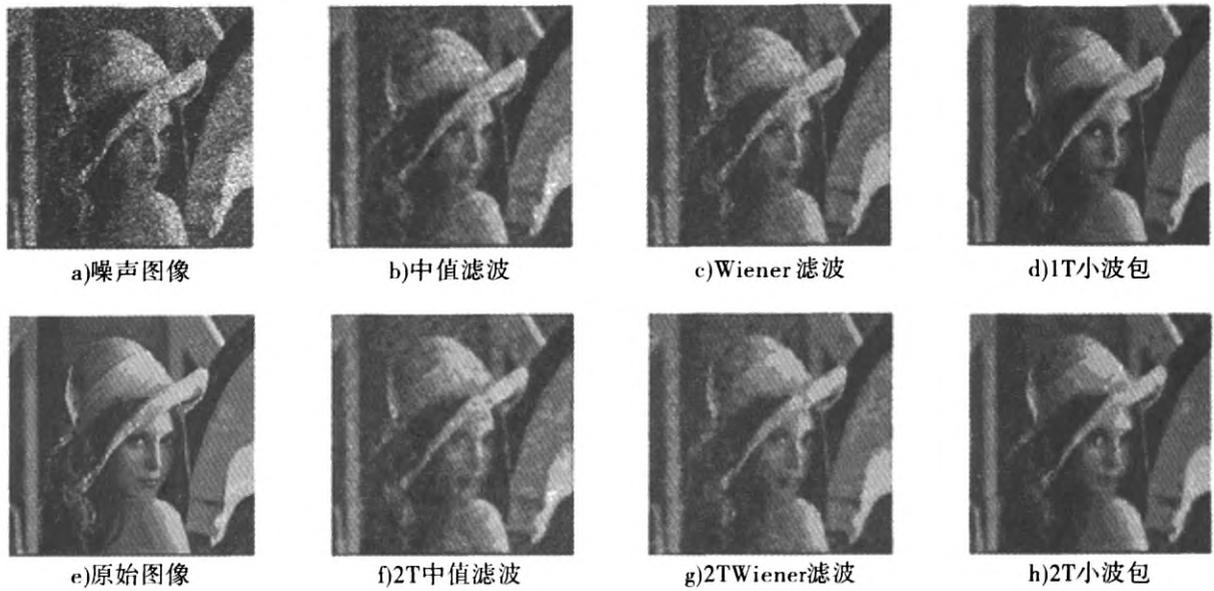


图2 图像增强训练的二次去噪



图3 本算法的去噪效果图



a)TAWS算法去噪效果

b)本算法去噪效果

图4 去噪效果的比较

表1 图像去噪后信噪比对比表

噪声方差	8	16	32	64	
TAWS 算法	$b=2$	34.178	34.299	33.932	33.254
	$b=3$	36.327	36.881	36.359	31.430
	$b=4$	39.776	39.476	36.234	28.303
	$b=5$	40.927	39.806	34.010	27.648
	$b=6$	41.168	38.569	33.414	27.202
小波包 变换算法	$b=2$	34.525	34.333	34.540	34.095
	$b=3$	37.628	37.627	37.126	31.526
	$b=4$	41.691	41.400	36.858	28.954
	$b=5$	45.705	42.119	34.922	27.841
	$b=6$	47.027	39.917	33.473	27.409

注: b 为阈值迭代次数.

在图像的噪声方差较低时,去噪后图像的信噪比随着迭代次数 b 值增加而提高,但当对 b 值无限制地增加时,其阈值变得非常小,噪声虽然能够被基本消除但使很多有用的信息数据丢失;而在图像的噪声方差较大时,当 b 值增大到某个界限值时(例如,

在用新算法中,当噪声方差为32时,阈值迭代次数 b 的界限值为3),信噪比会随之减小.所以,当对相同的噪声方差图像进行去噪时,必须恰当地选取迭代次数 b ,这样才能达到理想的效果.

另外,在图像局部边缘保留奇异点信息方面,在噪声方差分别为8和32时,通过对局部边缘的选取,分别利用信噪比与最小二乘估计2种衡量标准对上述的2种算法进行对比,结果如表2所示.

对利用小波包变换算法实现图像增强训练实

表2 图像局部边缘的信噪比和最小二乘估计值对比表

算法	噪声方差	信噪比	最小二乘法估计
TAWS	8	30.376 8	4.025 5
去噪	32	24.823 5	12.774 3
小波包	8	35.270 6	1.666 5
变换去噪	32	26.007 2	3.787 1

注:阈值迭代次数 b 为5,分解层数为3.

验结果进行分析,得到如下结论:

从图1可以看出经小波包去噪处理后,再进行一次中值滤波、自适应 Wiener 滤波降噪处理的多噪声图像,能从整体上保留较多的细节,并使椒盐噪声明显得以削弱。

从图2可以看出:再经2次空域处理的图像,虽视觉效果也不错,但是,仅在某些方面有各自的优势,还是没有经二次小波包处理后的图像那样,能集中前两幅图像的优点:突出表现在经2次 Wiener 滤波后,没能对椒盐性噪声进行大幅度削减;而小波包处理的图像在椒盐性噪声处有明显的过渡性质的平滑削减,高斯噪声大幅减少,视觉效果明显^[11]。

经2次小波包去噪的图像,清晰度明显减弱。

从图3可以看出,经小波融合后的图2中的第2行后3幅图像,在去噪的同时细节得以保持,并且,比起融合前的二次小波包去噪图像,背景图像更清晰;当然,也比另2幅二次空域滤波的图像效果有明显的提高。

综合上述分析,利用小波包变换技术对含有多种噪声的图像进行去噪处理,不仅比传统的 TAWS 算法在去噪效果方面有所增强,而且能够较好地保持清晰的图像背景,去噪效果比较理想。

3 结论

本文探讨了基于小波包变换的含多种噪声的图像增强处理技术。经分析和试验可知:含混合噪声的图像,经小波包去噪,并结合空域滤波器的优点进行空间滤波,再对所得的图像进行小波融合,

既能去除图像中的噪声,又能得到保持细节且背景清晰的图像。

参考文献:

- [1] Wickerhauser M. Lectures on Wavelet Packet Algorithms [R]. Washington: Washington Univ, 1991.
- [2] Ding Xinghao, Deng Shanxi, Yang Yongyue. Image denoising based on wavelet packet [J]. J of Electr Measur and Inst, 2003, 17(2): 35.
- [3] He H, Cheng S. Home network power-line communication signal processing based on wavelet packet analysis [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2005, 20(3): 1879.
- [4] Zhang Nan, Wu Xu. Lossless compression of color mosaic images [J]. IEEE Trans on Image Proc, 2006, 15(16): 1379.
- [5] Grossman A, Morlet J, Paul T. Transforms associated to square Integeable representation II examples am [J]. Inst Henri Poincare, 1986(3): 293.
- [6] Mallat S. 信号处理的小波导引 [M]. 2版. 杨力华译. 北京:机械工业出版社, 2002.
- [7] 成礼智, 王红霞, 罗永. 小波的理论与应用 [M]. 北京:科学出版社, 2004.
- [8] Chen Qingiang. Existence and construction of compactly supported biorthogonal multiple vector-valued wavelets [J]. J of Applied Mathe and Comp, 2006, 22(3): 101.
- [9] 陈清江, 程正兴, 冯晓霞. 高维多重双正交小波包 [J]. 应用数学, 2005, 18(3): 358.
- [10] Walker J S, Chen Y J. Image denoising tree-based wavelet subband correlations and shrinkage [J]. Optical Eng, 2000, 39(11): 2900.
- [11] 张立, 赵福才, 张玉. 基于小波包分解的图像特征提取及其应用 [J]. 舰船电子对抗, 2007, 30(4): 92.