

文章编号:1004-1478(2011)05-0013-05

# 运用结构优化理论进行悬索桥 空缆状态下的线形分析

林智寰<sup>1</sup>, 陈誉<sup>1,2</sup>, 杨青山<sup>3</sup>

- (1. 华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021;
2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092;
3. 中海油基建管理(上海)有限责任公司, 上海 200335)

**摘要:**为了获取精确的成桥状态下悬索桥主缆线形及主缆的内力分布,引入结构优化理论,运用 ANSYS 有限元分析软件中的结构优化工具,计算出成桥状态下主缆的内应力,再通过倒拆法得到主缆空缆状态下的线形.将运用该方法得到的空缆线形与运用非线性数值分析法得到的线形进行对比,结果表明,该方法既能快速求出主缆空缆状态下的线形,又能在精度上满足工程实际的需求.

**关键词:**悬索桥空缆状态;数值分析法;非线性有限元;结构优化设计

**中图分类号:**TU392.3      **文献标志码:**A

## The linear analysis of suspension bridge at cable finished stage based on optimized design of structure

LIN Zhi-huan<sup>1</sup>, CHEN Yu<sup>1,2</sup>, YANG Qing-shan<sup>3</sup>

- (1. College of Civil Eng., Huaqiao Univ., Quanzhou 362021, China;
2. College of Civil Eng., Tongji Univ., Shanghai 200092, China;
3. CNOOC Property Construction and Mana. (Shanghai) Co., Ltd., Shanghai 200335, China)

**Abstract:** A method of getting extract stress distribution and shape of suspension bridge at the finished dead state was provided. First of all the theme of optimized design of structure and the tool of optimized design of structure in the ANSYS is used to find the extract stress distribution at the finished dead state, then the shape of suspension bridge at cable finished stage was gotten by using reverse disassembly method. From comparing with the results by using numerical-analytical, it is found that this method can quickly find the shape of suspension bridge at cable finished stage and can meet the requirement of engineering.

**Key words:** suspension bridge at cable finished stage; numerical-analytical method; non-linear finite element method; optimized design of structure

收稿日期:2011-05-28

基金项目:国家自然科学基金项目(51008133);福建省自然科学基金项目(2010J01299);大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室基金项目(LP0705);泉州市第一批技术与开发项目(重点项目)(2009Z48)

作者简介:林智寰(1986—),男,福建省三明市人,华侨大学硕士研究生,主要研究方向为大跨度结构体系.

通信作者:陈誉(1978—),男,湖北省荆州市人,华侨大学副教授,博士,主要研究方向为大跨度结构体系.

## 0 引言

缆索体系属于几何非线性很强的结构,结构行为表现为大位移,但各个构件的应力并不大,均处于弹性阶段,不受材料非线性的影响.大量的研究表明,当悬索桥各个构件的无应力长度和作用在结构上的荷载确定时,其最终状态也就唯一确定.因此,在悬索桥的设计中,为了保证悬索桥在施工完成后的运营阶段在自重荷载作用下仍能保持结构设计师要求的形状,必须进行主索的无应力状态下的索长计算及主索无应力状态下的主缆形状计算.

目前,在我国运用非线性数值分析法求解悬索桥空缆状态下的线形应用已经较为成熟<sup>[1-4]</sup>.非线性有限元分析国外起步较早,已有一套相对完善的分析体系<sup>[5-7]</sup>,运用非线性有限元分析方法分析空缆状态下的线形主要有2种方法,即顺序法和倒拆法<sup>[8-9]</sup>.本文主要用非线性有限元方法对一个实际工程的悬索桥进行空缆分析,在分析中引入结构优化的概念,并将计算结果同数值分析方法和实际工程比较,以期寻找出一种既能快速求得悬索桥的空缆线形、又能在精度上满足工程要求的方法.

## 1 悬索桥的数值分析方法

早期的悬索桥跨径较小且吊杆密布,结构刚度以加劲梁刚度为主,索梁恒载集度小,一般认为全部由主缆承担,沿跨长方向均匀分布,加劲梁处于无应力状态,这时主缆的线形可假定为二次抛物线,这就是经典的弹性理论.现代悬索桥的跨径越来越大,经常达到几百m,甚至上千m,梁的刚度相应降低,结构的刚度主要由有很大张拉力的主缆提供,结构的非线性特征明显;吊杆的间距很大,不能再将其看作是密布的;恒载也不是沿跨长方向均匀分布,而要将全桥作为一个完整的体系考虑.这时成桥主缆线形呈多段悬链线的索多边形,可以通过非线性循环迭代的方法计算.

悬索桥数值分析方法中,基本假定条件已经没有弹性分析那么严格,但还是要符合以下几个基本假定:1)索材料在弹性阶段工作,满足虎克定律;2)满足小应变假定,即索材料的应变是微小的,这样就无需考虑截面变化的影响;3)索是理想柔性

的,只能承受拉力,不能承受压力和弯曲.

成桥状态计算是悬索桥分析的基础,可以为以后各种计算提供基本数据,也可为活载效应分析等提供准确的初始状态数据.本文主要采用文献[2-3]中的方程作为数值分析方法的基本公式,推导出成桥状态下相邻吊索间的主缆线形方程.

主缆成桥状态下的力学模型如图1所示.

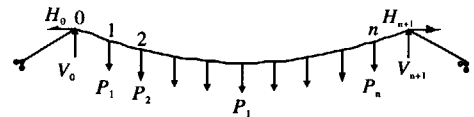


图1 主缆成桥状态下的力学模型

在成桥状态下各个索段应满足下列公式:

$$l_i = \frac{H_i}{q} \left[ \sin h^{-1} \left( \frac{V_i}{H_i} \right) - \sin h^{-1} \left( \frac{V_i - qs}{H_i} \right) \right] \quad (1)$$

$$h_i = \frac{H_i}{q} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{V_i}{H_i} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V_i - qs}{H_i} \right)^2} \right] \quad (2)$$

式中,  $l_i$  为第  $i$  号索段两吊点的间距,  $h_i$  为第  $i$  号索段两吊点的高差,  $q$  为主缆的容重,  $s$  为第  $i$  段索的长度. 各个索段的水平力  $H_i$  及竖向力  $V_i$  为

$$H_i = H \quad V_i = V_{i-1} - (P_i + qs_{i-1}) \quad (3)$$

式中  $P_i$  为第  $i$  个吊点上的竖直集中心力.

计算时先假定 0 号节点的  $H_0, V_0$ , 根据公式①②可以计算出 0, 1 两点的  $h_0$  和  $s$ , 再根据公式③计算出相应的  $V_1$ , 将  $V_1$  带入公式①②中不断地往下求解, 就可以求出整个悬索的各个  $h_i$  和  $s$ . 而后将悬索主缆的矢高和主缆左右节点 0,  $n$  处的高差作为边界条件验算上述  $h_i$  和  $s$  是否符合精度要求, 如不符合则修改  $H_0$  和  $V_0$  后重新计算.

悬索桥空缆状态下的线形数值分析的计算方法和步骤与成桥状态下数值分析的计算方法和步骤类似, 只是此时已知悬索桥在成桥状态下各个节点处的  $V_i$  和  $H_i$  以及各个节点的位置, 可以根据文献[3]中的公式

$$l_i = \frac{H_i s_{0i}}{EA} + \frac{H_i}{q} \left[ \sin h^{-1} \left( \frac{V_i}{H_i} \right) - \sin h^{-1} \left( \frac{V_i - qs_{0i}}{H_i} \right) \right] \quad (4)$$

$$h_i = \frac{qs_{0i}^2}{EA} \left( \frac{V_i}{qs_{0i}} - 0.5 \right) \cdot$$

$$\frac{H_i}{q} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{V_i}{H_i} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V_i - qs}{H_i} \right)^2} \right] \quad (5)$$

计算出每个索段的无应力长度  $s_{0i}$ , 同时令④式中的

$l_i$  为整个主缆的跨度,⑤式中的  $h_i$  为 0,联立方程④⑤得出方程组

$$\begin{cases} L - \frac{H_0}{EA} + \frac{H}{q} \left[ \sin h^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sin h^{-1} \left( \frac{V - q_0}{H} \right) \right] = 0 \\ \frac{q_0^2}{EA} \left( \frac{V}{q_0} - 0.5 \right) \frac{H}{q} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V - q_0}{H} \right)^2} \right] = 0 \end{cases} \quad (6)$$

解非线性方程组⑥就可以得到 0 节点处空缆状态下的  $H$  和  $V$ ,进而可以根据公式④⑤计算出各个  $i$  节点的  $l_i$  和  $h_i$ .至此,主缆在空缆状态下的线形就计算出来了.

## 2 空缆线形的非线性有限元分析法

在悬索桥的空缆线形非线性有限元分析中,目前主要有 2 种方法:一种是顺序法,即先假定悬索桥的主缆为几何线形结构,运用力学理论算出此种情况下悬索桥在空缆无应力状态下的线形,运用此空缆线形建立悬索桥空缆状态下的有限元模型,然后施加成桥荷载,根据成桥后悬索桥线形中的控制点与实际控制点的偏移量再来修改空缆无应力状态下的悬索桥有限元模型,直到误差满足工程允许值为止;另一种是倒拆法,即将成桥状态作为初始状态,按照与实际施工假设相反的顺序对结构进行倒拆,逐一求出各个状态下悬索桥主缆的线形和内力,最后一个阶段就是主缆空缆状态的线形.

2 种方法各有优缺点,第 1 种方法计算精度比较高,但是计算效率低、速度慢,需要反复修正控制点的偏移量.第 2 种方法计算速度快,但是不精确.因为悬索是应力刚化很明显的一种结构,在没有应力的情况下悬索的刚度为 0,微小的应力变化会使悬索的刚度发生很大的变化.在非线性有限元的分析过程中,虽然根据设计资料可以得到悬索桥在成桥阶段的线形,但是无法精确得到悬索在成桥阶段的应力.

ANSYS 是一款有限元软件.在分析过程中应根据结构的特点和分析目的来选择不同的单元.在悬索桥的缆索线形分析中,主要关注的是缆索的位移、内力,吊杆的内力,主梁的位移和内力.

选用 ANSYS 中的 link10 单元来模拟悬索桥结构的主缆和吊索,该单元在每个节点上有 3 个自由度,即沿节点坐标系  $x, y, z$  方向的平动,不管是仅受

拉(缆)选项,还是仅受压(裂口)选项,本单元都不包括弯曲刚度.本单元具有应力刚化、大变形功能.同时悬索桥的桥身结构和塔架可以选用 beam4 作为分析单元,beam4 单元是一种可用于承受拉、压、弯、扭的单轴受力单元.该单元为八节点六面体单元,这种单元在每个节点上有 6 个自由度,分别为  $x, y, z$  方向的线位移和绕  $x, y, z$  轴的角位移.

主缆在空缆状态下的线形分析中使用倒拆法无法取得较高精确度的悬索主缆在成桥状态下的应力值,如果在建模时给主缆施加了成桥状态下的应力,而且这个应力与实际应力相等或相近,则此时主缆就不会发生变形或位移.

结构优化就是让设计变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  在一个范围内取值,使得目标函数  $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  在满足特定约束条件时取得最大值或最小值.此时可以把主缆在成桥状态下的应力作为设计变量,而让成桥状态下的线形控制点(一般取跨中节点)位移作为目标函数来求取合理的主缆应力,使得主缆在成桥状态下完成加载后,其线形与设计的线形相差不大.而此时的主缆应力就是主缆在成桥状态下的真实应力.

在 ANSYS 有限元分析软件中自带了子问题逼近法、等步长随机法、最优梯度法、设计空间总体描绘优化法,还可以提供外部接口让用户使用自己的外部分析方法.其分析的基本步骤为:1)首先给优化设计变量定义初始值;2)定义最优化分析的有限元模型;3)执行一次结构分析的求解;4)提取所需的计算结果;5)指定状态变量和目标函数;6)设置优化分析参数,进行结构优化分析.

采用结构优化倒拆法时,设计变量初值的选取很重要,因为结构优化就是一个迭代的过程,不当的设计变量初值很可能造成目标函数不收敛或是设计变量的搜寻路径偏出需要的搜寻路径,因此可以按照弹性理论得到悬索桥主缆在成桥状态下的内应力,并将其作为初始设计变量.在建模时,直接建立悬索桥在成桥状态下的线形,同时把 link10 单元中的初始应变输入为弹性理论分析得到的由应变值转换的应力值.选取几个主缆控制点位移作为目标函数  $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,当位移在允许误差范围内时,便可以进行倒拆分析,以确定主缆在空缆

状态下的线形和内力。

在确定结构设计变量时,为了节省计算时间,没必要把每一个主缆单元的预应力设置为一个设计变量,在前面的假设中已经确定了主缆是头尾相互铰接的二力杆,根据力平衡原理可以很容易得出相邻单元处的应力值。但因为实际的悬索是一条光滑曲线,为了提高精确度,可以将悬索单元划分得更细小一些。

### 3 实例分析

本文采用的实例为普光输油管道钢桁架悬索桥,整体布置图见图2,其主缆在成桥阶段的设计线形是按照悬链线设计的。

$$y = -1 \times b \left[ \cosh a - \cosh \left( \frac{x}{b} - a \right) \right]$$

其中,  $b = 205.75$ ,  $a = 0.4374$ , 悬索跨度为  $180\text{ m}$ , 垂度为  $20\text{ m}$ , 其主缆截面面积为  $3957\text{ m}^2$ , 重度为  $7850\text{ kg/m}^3$ 。

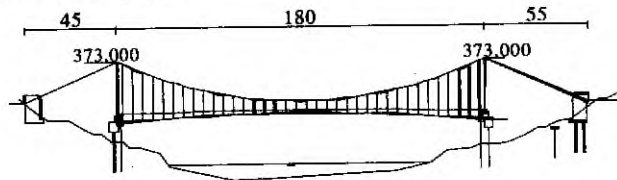


图2 普光输油管道钢桁架悬索桥整体布置图/m

建模中主缆考虑采用 link10 单元,吊索也是用 link10 单元(主要因为 link10 单元可以通过设置参数来使其只具有抗拉刚度,并且可以进行几何非线性分析、空间三维分析及应力刚化分析),桥身桁架采用的是 beam4 单元。整体建模图见图3。

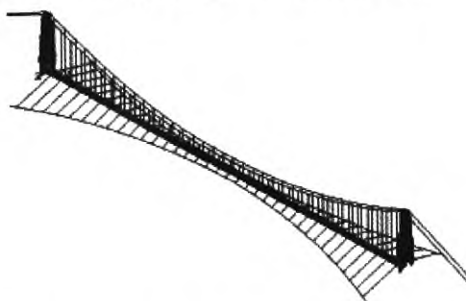


图3 普光输油管道钢桁架悬索桥有限元

跨中单元的初始应变根据理论计算为  $0.00307$ ,考虑此工程跨度和荷载都较小,使初始应变在  $0.00001 \sim 0.01$  中取值,将各个节点中的最大

位移作为目标函数  $F(x)$ ,进行结构优化计算,进行6次迭代求出最佳初始应变为  $0.0031447$ ,此时的最大位移为  $9.632\text{ mm}$ ,这同  $180\text{ m}$  跨度相比基以忽略不计。图4为主跨的整体位移变形曲线(为了使变形更明显,变形幅度放大了  $100$  倍)。

DISPLACENT  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
DMX=9.632

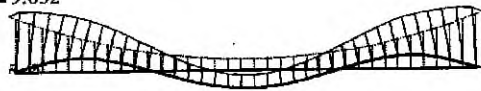


图4 整体位移图

从图5所示主缆的应力分布云图中可以看出,最大内力为  $67.641\text{ MPa}$ ,出现在两边的端点处,最小内应力为  $61.841\text{ MPa}$ ,出现在跨中处。按照前面的数值理论分析,跨中的内力为  $64.64\text{ MPa}$ ,两端的内应力为  $70.9\text{ MPa}$ ,同有限元分析结果比较误差约为  $4.5\%$ 。出现误差的主要原因是,数值分析认为每根吊索传递给主缆的力为吊索左右各  $1/2$  跨的桥身桁架的重力,实际由于主缆的几何非线性,会发生较大的位移,吊索传递给主缆的力存在偏差。其次由于桥身主跨的跨度一般都很大,不仅主缆表现出很强的几何非线性,桥身也表现出几何非线性,因此桥身的荷载并不会完全传递给主缆,大概有  $90\%$  传递给主缆,  $10\%$  传递给桥身支座,而数值分析则假设全部传递给主缆,因此有限元分析的结果比弹性理论分析结果的内力值更小。此外,在数值分析中并没有考虑到主塔位移产生的影响。

LINE STRESS  
STBP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SMAX\_E SMAX  
MIN =61.841  
ELEM=9645  
MAX =67.641  
ELEM=9700

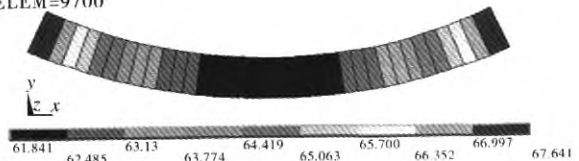


图5 主缆应力分布云图/MPa

将上述得到的 INST 带入按照设计线形构建的一个空缆模型中,让其反算回实际的空缆线形。图6为反算回去的空缆状态下的主缆线形,实线部分为空缆线形,虚线部分为成桥状态下的线形。

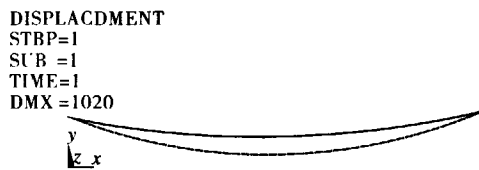


图6 空缆线形

为了验证结果的正确性,将反算回去的空缆线形同前面按照理论分析的空缆线形进行对比,结果见表1.从表1可以看出,通过2种分析方法得到的线形可以很好地重合.最大的线形误差出现在6号节点处,为24.19 mm,与该节点处5 000 mm相比,在工程允许误差范围内.出现误差的主要原因是:数值分析计算线形时是按照主索是一条连续曲线来考虑的,而有限元分析中主索是划分成一段段的单元的,但是数值分析并未考虑主塔变形对主缆线形的影响,因此不能认为数值分析更精确,而此桥的荷载较小,主塔的刚度较大,用数值分析得到的结果作为精确结果来对比是可行的.综上可知,按照上述方法来分析悬索桥成桥后的线形,然后根据成桥后算出的初始应力来反推回空缆状态下主缆线形是可行的,符合工程精度的要求.

表1 有限元空缆计算结果与  
数值计算结果的对比

| 节点<br>编号 | x 坐标 | 有限元计<br>算 y 坐标 | 理论计算<br>y 坐标 | 误差 $\delta$ |
|----------|------|----------------|--------------|-------------|
| 1        | 0    | 0              | 0            | 0           |
| 2        | 2.5  | -1.059 058 8   | -1.053 777   | -0.005 28   |
| 3        | 7.5  | -3.081 340 2   | -3.067 692   | -0.013 65   |
| 4        | 12.5 | -4.976 992 5   | -4.957 642   | -0.019 35   |
| 5        | 17.5 | -6.747 369 9   | -6.724 636   | -0.022 73   |
| 6        | 22.5 | -8.393 802 8   | -8.369 615   | -0.024 19   |
| 7        | 27.5 | -9.917 495 4   | -9.893 457   | -0.024 04   |
| 8        | 32.5 | -11.319 586    | -11.296 98   | -0.022 61   |
| 9        | 37.5 | -12.601 118    | -12.580 92   | -0.020 20   |
| 10       | 42.5 | -13.763 050    | -13.745 97   | -0.017 08   |
| 11       | 47.5 | -14.806 267    | -14.792 76   | -0.013 51   |
| 12       | 52.5 | -15.731 559    | -15.721 83   | -0.009 73   |
| 13       | 57.5 | -16.539 625    | -16.533 69   | -0.005 94   |
| 14       | 62.5 | -17.231 089    | -17.228 76   | -0.002 33   |
| 15       | 67.5 | -17.806 473    | -17.807 43   | 0.000 952   |
| 16       | 72.5 | -18.266 217    | -18.269 99   | 0.003 770   |
| 17       | 77.5 | -18.610 707    | -18.616 69   | 0.005 984   |
| 18       | 82.5 | -18.840 191    | -18.847 73   | 0.007 535   |
| 19       | 87.5 | -18.954 780    | -18.963 21   | 0.008 432   |
| 20       | 92.5 | -18.954 647    | -18.963 21   | 0.008 565   |

## 4 结论

通过悬索桥有限元线形研究以及实例分析对比,可以得到以下结论:

1)通过非线性有限元方法分析悬索桥空缆状态下的线形,应用结构优化理论计算成桥状态下主缆内应力,再通过倒拆法得到主缆空缆状态下的线形,符合工程精度的要求.

2)用数值方法计算悬索桥时,不论在成桥阶段还是空缆阶段,对线形和内力分析,不能完全将整个结构作为一个整体来考虑,也不能完全考虑各个构件的非线性对整体刚度带来的影响.只有非线性有限元分析可以得到各个状态下全桥各个部分的线形和应力状态.

3)在运用结构优化理论寻找成桥状态下的主缆内应力过程中,初值的选取十分重要,可以将采用数值分析方法计算出来的内应力作为初值,这样可以减少迭代的次数并得到较精确的解.将数值分析法同非线性有限元分析法相结合可以比较快地确定悬索桥的空缆线形.

## 参考文献:

- [1] 孟凡超. 悬索桥[M]. 北京:人民交通出版社,2011.
- [2] 肖海波,余亚南. 悬索桥主缆成桥线形精确分析[J]. 中国市政工程,2003(4):21.
- [3] 罗喜恒. 悬索桥缆索系统的数值分析法[J]. 同济大学学报:自然科学版,2004,32(4):441.
- [4] 钱冬生,陈仁福. 大跨悬索桥的设计与施工[M]. 修订版. 成都:西南交通大学出版社,1999.
- [5] Bathe K J. Finite Element Procedures[M]. Englewood Cliffs:Prentice-Hall,1996.
- [6] Bounopane S, Billington D. Theory and history of suspension bridge design from 1823 to 1940[J]. J Struct Eng ASCE,1993,119(3):954.
- [7] Ellen Van Campa, Nicola Mastronardia, Marc Van Barela. Two fast algorithms for solving diagonal-plus-semi separable linear systems[J]. J of Comp and Applied Mathe, 2004(164-165):731.
- [8] 潘永仁,范立础. 大跨度悬索桥加劲梁架设过程的倒拆分析方法[J]. 同济大学学报:自然科学版,2001,29(5):510.
- [9] 王志诚,刘昌鹏,沈锐利. 自锚式悬索桥参数影响挠度理论研究[J]. 土木工程学报,2008(12):61.