

岩石节理法向变形的指数-双曲线 组合模型研究

蔡燕燕^{1,2}, 郑春婷¹, 戚志博¹, 陈旭¹, 穆康¹

(1. 华侨大学 岩土工程研究所, 福建 厦门 361021;

2. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008)

摘要:针对传统的岩石节理法向变形2参数的指数模型和BB模型的局限性,通过引入参数 α ,提出一个新的3参数模型——指数-双曲线组合模型.新模型弥补了指数模型在中应力水平条件下夸大 d_n ,BB模型在中应力水平条件下 d_n 偏小且向 d_{max} 逼近速度过慢的不足,利用花岗闪长岩的试验结果对新模型进行验证,其模拟效果优于BB模型与指数模型,验证了新模型的科学性和可行性.

关键词:岩石节理;法向变形;应力因子;指数-双曲线组合模型

中图分类号:TU452 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2012.05.017

Study on composite exponential-hyperbolic normal deformation model of rock fractures

CAI Yan-yan^{1,2}, ZHENG Chun-ting¹, QI Zhi-bo¹, CHEN Xu¹, MU Kang¹

(1. Inst. of Geotechnical Eng., Huaqiao Univ., Xiamen 361021, China;

2. State Key Lab. for Geomechanics and Deep Underground Eng., China Univ. of Mining and Tech., Xuzhou 221008, China)

Abstract: A parameter α was introduced into the new 3-parameter composite exponential-hyperbolic model on account of the defects of the conventional 2-parameter exponential model and BB model of the normal deformation of rock fractures. The new model got over the defects of the conventional models, i. e. exaggeration of d_n under medium stress level by exponential model and contraction of d_n with the low rate of approaching to d_{max} under medium stress level by BB model. The new model was validated by the testing data of grano diorite. And the validation showed that the simulation result from new model was superior to those from the BB model and exponential model, which provided a proof of feasibility and scientificity of the new model.

Key words: rock fractures; normal deformation; stress factor; composite exponential-hyperbolic model

0 引言

研究法向压应力作用下岩石的节理变形对节

理岩体力学及岩体水力学有着重要的作用.节理变形会直接影响到岩石的裂隙分布、接触面分布及裂隙空间连通等特性,这些特性的改变则是岩体材料

收稿日期:2012-04-06

基金项目:国家自然科学基金项目(51109084);福建省自然科学基金项目(2011J01317);中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLG DUEK1111);华侨大学高层次引进人才基金项目(11BS105)

作者简介:蔡燕燕(1982—),女,福建省晋江市人,华侨大学讲师,中国矿业大学博士研究生,主要研究方向为岩土力学与地下工程.

变形、破坏及导水特性发生变化的主要力学机制^[1]。

对于在准静态单调加载条件下岩石节理法向变形特性的研究,目前学术界已取得了一定的成果.经典的 Goodman 模型用双曲线来描述节理法向闭合量和节理法向压应力的关系. S. C. Bandis 等^[2]对闪长岩、石灰岩、砂岩、泥质粉砂岩等不同岩性岩石进行大量室内试验,发现节理法向变形与节理法向应力的对数值在整个应力域中并非呈线性关系. N. R. Barton 等^[3]又共同修正了 Goodman 模型,建立了 BB 弹性非线性模型(以下简称 BB 模型).该模型为双曲线型模型,能较好地反映岩石节理变形的非线性特性,且模型曲线简洁直观,模型参数可以通过试验结果计算获得.但是, B. Malama 等^[1]在对岩石进行试验时发现,传统模型的模拟结果与试验结果不太吻合,因而在传统指数模型的基础上提出了统一指数模型.俞缙等^[4]较深入地揭示了该统一指数模型的缺陷,提出了改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构关系,并将其推广到循环加卸载条件^[5].此外,基于 Hertzian 接触理论, K. Matsuki 等^[6-7]也各自提出了能够反映岩石节理非线性变形特征的模型.与之前所提到模型不同的是,这些模型利用接触面积增大和接触体数量增加来反映变形的非线性。

本文拟通过数学分析,指出传统的岩石节理法向变形 2 参数指数模型和 BB 模型存在的缺点,并在克服模型缺点的基础上,提出一个新的 3 参数的指数-双曲线组合模型。

1 传统模型的分析

1.1 BB 模型与指数模型

N. R. Barton 等^[3]提出的节理法向变形本构关系 BB 模型为

$$d_n = \sigma_n / [K_{ni} + (\sigma_n / d_{\max})] \quad (1)$$

式中, d_n 为节理法向闭合量, σ_n 为节理法向压应力, K_{ni} 为节理法向初始切线刚度, d_{\max} 为节理法向最大允许闭合量. 这里规定 σ_n, d_n 以压缩为正,下同. 对式①求导可得 BB 模型节理法向切线刚度

$$K_n = K_{ni} / [1 - (d_n / d_{\max})]^2$$

B. Malama 等^[1]采用的指数模型参数与 BB 模型相同,模型方程表达式为

$$d_n = d_{\max} \left[1 - \exp\left(-\frac{\sigma_n}{K_{ni} d_{\max}}\right) \right] \quad (2)$$

对式②求导,可得指数模型节理法向刚度

$$K_n = K_{ni} / [1 - (d_n / d_{\max})]$$

上述 2 种模型虽然具有相同的节理法向初始切线刚度和节理法向最大允许闭合量,但其 $\sigma_n - d_n$ 的发展过程却不尽相同.为进一步比较 2 种模型的数学关系,现定义函数 $h(d_n)$ 为 BB 模型,函数 $g(d_n)$ 为指数模型,函数 $F(d_n)$ 为它们的差值,可得

$$F(d_n) = h(d_n) - g(d_n) = \frac{K_{ni} d_n d_{\max}}{d_{\max} - d_n} - K_{ni} d_{\max} \ln \frac{d_{\max}}{d_{\max} - d_n} \quad (3)$$

对 $\ln[d_{\max} / (d_{\max} - d_n)]$ 进行泰勒级数展开可得

$$\ln \frac{d_{\max}}{d_{\max} - d_n} = \ln \left(1 + \frac{d_n}{d_{\max} - d_n} \right) \geq \frac{d_n}{d_{\max} - d_n} \quad (4)$$

其中, $d_n = 0$ 时等号成立. 把式④代入式③可得

$$F(d_n) \geq 0 \Rightarrow h(d_n) \geq g(d_n) \quad (5)$$

由式⑤可以看出,当 2 种模型的节理法向闭合量、节理法向最大允许闭合量和节理法向初始切线刚度对应相等时, BB 模型的节理法向压应力总是不小于指数模型,即当 2 种模型具有相同的 d_{\max} 和 K_{ni} 值时, BB 模型曲线总是位于指数模型曲线的上方。

1.2 传统模型的数学缺陷分析

上述各模型只是从唯象学理论出发,基于形态相似的角度对节理法向加载试验进行建模,存在一定局限性.笔者通过引入应力因子的概念,对传统模型的误差本质缺陷进行分析.定义应力因子为:节理法向闭合量 d_n 达到节理法向最大允许闭合量 d_{\max} 的 $1/n$ 时对应的节理法向压应力 σ_n , 记作 $\sigma_{1/n}$, 其中 $n > 1$. 应力因子是通过节理法向应力揭示节理法向闭合量的发展速度的.当 n 固定时,应用因子值越小,说明 d_n 的发展速度越快,反之亦然。

若将 K_{ni} 和 d_{\max} 视为模型的 2 个特征量,不妨将 $\sigma_{1/n}$ 看作第 3 个特征量.由定义可知, BB 模型的应力因子 $\sigma_{1/n}^{\text{BB}} = K_{ni} d_{\max} / (n - 1)$; 指数模型的应力因子 $\sigma_{1/n}^{\text{EXP}} = K_{ni} d_{\max} \ln [n / (n - 1)]$. 可以看出,当这 2 种模型的 K_{ni} 和 d_{\max} 确定后, $\sigma_{1/n}$ 不可调, BB 模型与指数模型应力因子对比示意图见图 1. 所以模型中隐含了 d_n 的发展速度完全由 K_{ni} 和 d_{\max} 控制这一规律.然而,即使在 K_{ni} 和 d_{\max} 都确定的情况下,节理法向位移曲线还与岩石的岩性、风化状态、节理面匹配度、节理面粗糙微粒空间和尺度分布状态以

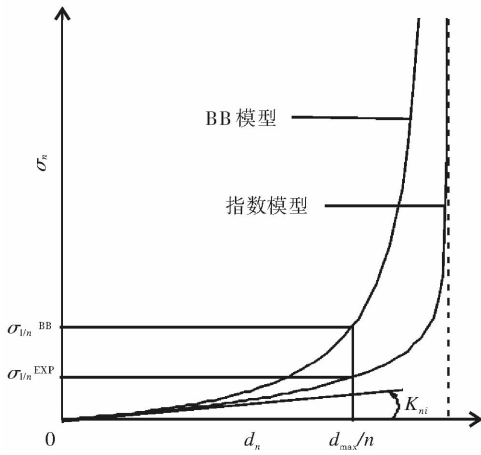


图1 BB模型与指数模型应力因子对比示意图

及接触状态等因素有关^[8],这是上述模型无法模拟的.因此,传统的BB模型和指数模型均在数学上存在一定缺陷.

理想的本构模型应该在 K_{ni} 和 d_{max} 都固定的条件下, $\sigma_{1/n}$ 仍能相对自由地随参数变动,以模拟不同的 $\sigma_n - d_n$ 发展过程.

2 指数-双曲线组合模型研究

2.1 模型的建立

由于BB模型和指数模型均为2参数模型,从数学角度分析,它们不可能具备 K_{ni} , d_{max} 和 $\sigma_{1/n}$ 这3个特征量互相独立的性质.因此,笔者引入第3个参数,提出指数-双曲线组合模型的公式为

$$\sigma_n = f(d_n) = \alpha g(d_n) + (1 - \alpha)h(d_n) = \alpha K_{ni} d_{max} \ln \frac{d_{max}}{d_{max} - d_n} + (1 - \alpha) \frac{K_{ni} d_{max} d_n}{d_{max} - d_n} \quad (6)$$

式中, α 为介于0与1之间的参数,其他符号的意义与之前相同.对式(6)求一阶导数得节理法向切线刚度为

$$\begin{cases} K_n = \frac{\partial f(d_n)}{\partial d_n} = \frac{K_{ni} d_{max} (d_{max} - \alpha d_n)}{(d_{max} - d_n)^2} > 0 \\ K_n(0) = \left. \frac{\partial f(d_n)}{\partial d_n} \right|_{d_n=0} = \alpha K_{ni} + (1 - \alpha) K_{ni} = K_{ni} \\ K_n(d_{max}) = \left. \frac{\partial f(d_n)}{\partial d_n} \right|_{d_n=d_{max}} = \infty \end{cases} \quad (7)$$

对式(6)求初值、极限值及二阶导数可得

$$\begin{cases} \sigma_n(0) = f(0) = 0 \\ \sigma_n(d_{max}) = f(d_{max}) = \infty \\ \frac{\partial^2 f(d_n)}{\partial d_n^2} = K_{ni} d_{max} (d_{max} - d_n) \cdot [2d_{max} - \alpha(d_{max} + d_n)] > 0 \end{cases} \quad (8)$$

由式(7)(8)可以看出,新模型曲线具有的数学性质为:单调递增的凹曲线,有 σ_n 轴方向的渐近线,与图1所示的BB模型曲线与指数模型曲线有相同的数学性质.且由上述分析可以看出,3种模型具有相同的 K_{ni} 和 d_{max} .

2.2 新模型与传统模型的关系

新模型除了有参数 K_{ni} 和 d_{max} 之外,还是参数 α 的函数.令式(6)对参数 α 求导,并结合式(5)可得

$$\frac{\partial f(d_n)}{\partial \alpha} = g(d_n) - h(d_n) \leq 0 \quad (9)$$

显而易见,指数-双曲线组合模型是参数 α 的递减函数.由于 α 是介于0与1之间的数,当 α 取0或1时,可以得到

$$f(d_n) |_{\alpha=0} = h(d_n) \quad f(d_n) |_{\alpha=1} = g(d_n)$$

上式说明,BB模型和指数模型是本文提出的指数-双曲线组合模型的2个特例.

2.3 模型的优势

由于BB模型和指数模型均为节理法向闭合量的单值递增函数,且由式(9)得出指数-双曲线组合模型是参数 α 的递减函数,因此,BB模型、指数模型和新模型对应的应力因子之间的关系为

$$\sigma_{1/n}^{BB} \geq \sigma_{1/n}^{COM} \geq \sigma_{1/n}^{EXP}$$

由于 $\sigma_{1/n}^{COM}$ 中含有除 d_{max} 和 K_{ni} 外的第3个参数 α ,因此, $\sigma_{1/n}^{COM}$ 可以随着参数 α 的取值变化而相对自由地改变,可以取2种传统模型应力因子之间的任意值,以弥补BB模型与指数模型 $\sigma_{1/n}$ 不可调的缺陷.这就意味着,在 K_{ni} 和 d_{max} 相同的情况下,新模型可以通过调整 α 来修正 d_n 的发展速度.

指数-双曲线组合模型的 $\sigma_n - d_n$ 关系曲线见图2,其中 $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$.由图2可知,新模型以BB模型和指数模型为边界,随着 α 值的增大,模型曲线由BB模型逐渐向指数模型靠拢.值得注意的是,改进后的模型同样具备传统模型中 K_{ni} 与 d_{max} 这2个特征量.

2.4 模型参数的求解

对传统模型进行改进后,根据试验数据确定新模型中各参数的值便成了关键问题.

设在曲线 $\sigma_n - d_n$ 上有 k 个观测样本 (d_1, σ_1) , (d_2, σ_2) , \dots , (d_j, σ_j) , \dots , (d_k, σ_k) ,而 K_{ni} 和 d_{max} 可用节理粗糙系数 JRC 、节理壁压缩强度 JCS 和平均节理缝隙宽度 a_j 由经验公式求得^[4].将所得的 K_{ni} 和 d_{max} 值结合式(6)可求得每个观测样本对应的 α

值,最后取均值即为确定的 α 值.

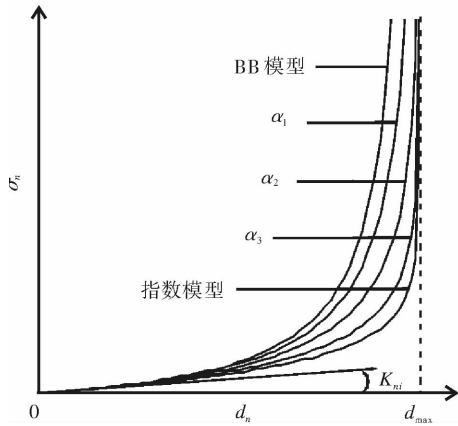


图 2 指数 - 双曲线组合模型的 $\sigma_n - d_n$ 关系曲线

3 试验数据模拟

对文献[1]中的 3 组 Arizona 花岗闪长岩试验

数据进行模拟,其中岩样基本参数见表 1,岩样试验结果和参数计算值见表 2,BB 模型、指数模型和指数 - 双曲线组合模型的模拟结果见图 3. 由图 3 可知,在中应力水平条件下,指数模型模拟 d_n 的发展速度大于试验结果,BB 模型小于试验结果;在其进入高应力水平时,BB 模型模拟 d_n 向 d_{max} 的逼近速度比试验结果慢;本文的新模型预测结果与试验结果吻合良好,能够较好地描述 K_{ni} , d_{max} 以及 d_n 的发展速度. 因此,本文提出的指数 - 双曲线组合模型相比于 BB 模型和指数模型,能更好地模拟岩石节理法向变形.

表 1 岩样基本参数值

岩样	尺寸/mm	d_{max}/mm	$K_{ni}/(MPa \cdot mm^{-1})$
Grd-1	93 × 106 × 93	0.505	4.142
Grd-2	87 × 99 × 95	0.481	4.949
Grd-3	103 × 104 × 89	0.683	3.380

表 2 岩样测试结果及参数 α 计算值

Grd-1				Grd-2				Grd-3			
σ_n/MPa	d_n/mm	α	α 均值	σ_n/MPa	d_n/mm	α	α 均值	σ_n/MPa	d_n/mm	α	α 均值
3.508 0	0.377 4	0.81	0.75	3.521 3	0.344 7	0.83	0.76	3.463 4	0.507 0	0.91	0.89
4.007 2	0.390 1	0.77		3.966 3	0.359 3	0.82		3.841 9	0.520 1	0.87	
4.520 2	0.399 5	0.73		4.855 5	0.376 9	0.76		4.242 6	0.536 9	0.86	
5.088 7	0.413 9	0.75		5.521 9	0.382 8	0.68		4.533 9	0.550 0	0.87	
5.671 1	0.423 9	0.74		6.189 0	0.397 6	0.72		4.777 9	0.561 8	0.88	
6.170 2	0.433 0	0.75		7.078 2	0.409 2	0.72		5.124 3	0.576 8	0.90	
6.891 2	0.433 0	0.67	0.75	7.744 5	0.418 0	0.73	0.76	5.612 3	0.588 3	0.89	0.89
7.542 9	0.444 7	0.72		8.633 7	0.426 8	0.75		6.053 1	0.601 7	0.91	
8.402 6	0.456 0	0.76		9.745 1	0.432 7	0.73		6.690 7	0.610 0	0.89	
9.192 9	0.459 9	0.75		11.078 5	0.444 4	0.78		7.273 2	0.619 9	0.90	
9.844 6	0.464 6	0.76		12.189 8	0.447 4	0.77		7.958 0	0.626 6	0.89	
10.718 0	0.471 5	0.79		13.524 8	0.453 2	0.79		8.446 0	0.638 3	0.92	

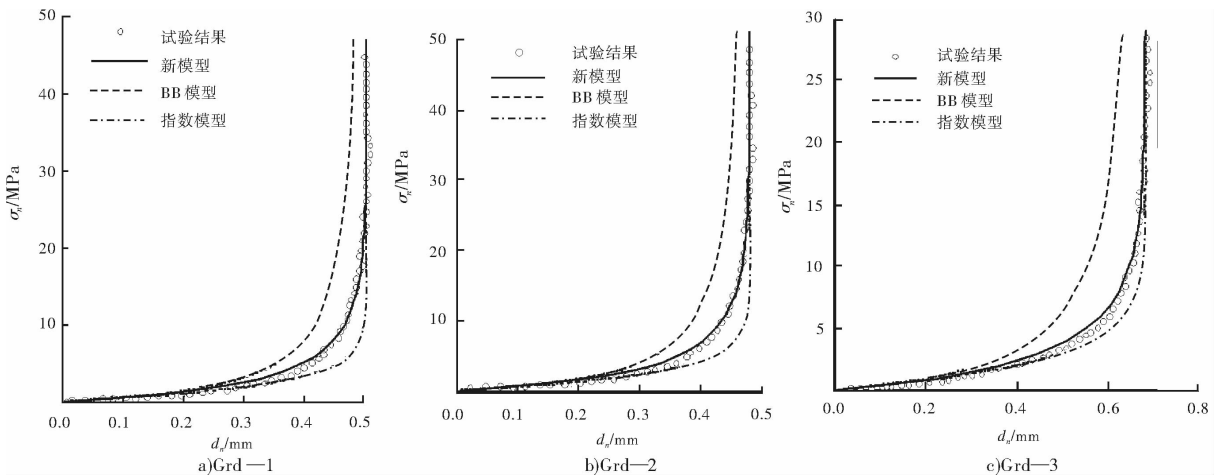


图 3 Arizona 花岗闪长岩节理法向加载试验及模型预测

4 结语

本文引入应力因子 $\sigma_{1/n}$ 的概念,探讨了 BB 模型和指数模型的数学缺陷.在此基础上,通过引入新参数 α ,提出了一种 3 参数新模型,即指数-双曲线组合模型,并建议通过试验结果求取新参数 α 的计算方法.

新模型克服了经典的 BB 模型与指数模型的数学缺陷,弥补了指数模型在中应力水平条件下夸大 d_n ,BB 模型在中应力水平条件下 d_n 偏小且向 d_{\max} 逼近速度过慢的不足.此外,通过从数学上严格证明了两者是新模型的 2 个特例,表明了新模型对 BB 模型与指数模型具有一般性.

利用文献[1]对花岗闪长岩的试验结果对新模型进行验证,结果表明新模型模拟效果优于 BB 模型与指数模型,验证了新模型的科学性和可行性.

参考文献:

- [1] Malama B, Kulatilake P H S W. Models for normal fracture deformation under compressive loading[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci, 2003, 40(6): 893.
- [2] Bandis S C, Lumsden A C, Barton N R. Fundamentals of

rock fracture deformation[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci and Geomechanics Abstracts, 1983, 20(6): 249.

- [3] Barton N R, Bandis S C, Bakhtar K. Strength deformation and conductivity coupling of rock joints[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci and Geomechanics Abstracts, 1985, 22(3): 121.
- [4] 俞缙,赵晓豹,赵维炳,等.改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构模型研究[J].岩土工程学报,2008, 30(9): 1316.
- [5] 俞缙,林从谋,赵晓豹,等.岩体节理非线性法向循环加载本构模型的改进[J].华侨大学学报:自然科学版,2009,30(6): 694.
- [6] Matsuki K, Wang E Q, Sakaguchi K, et al. Time-dependent closure of a fracture with rough surfaces under constant normal stress[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci, 2001, 38(5): 607.
- [7] Xia C C, Yue Z Q, Tham L G, et al. Quantifying topography and closure deformation of rock joints[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci, 2003, 40: 197.
- [8] Lanaro F. A random field model for surface roughness and aperture of rock fractures[J]. Int J of Rock Mechanics and Mining Sci, 2000, 37: 1195.

(上接第 67 页)

向长波方向移动.尾焰自身积分辐射强度的比值随着海拔高度的升高而增大,探测积分辐射强度的比值也随海拔高度的升高而增大.

3 结论

本文采用工程算法求解火箭发动机尾喷焰的流场,利用宽带 k 分布模型对不同飞行状态下液体和固体火箭尾喷焰 8.0 ~ 11.5 μm 和 10.0 ~ 13.4 μm 谱段远程探测信号的变化情况进行了考察,并对液体火箭发动机尾喷焰 8.0 ~ 11.5 μm 和 10.0 ~ 13.4 μm 辐射信号的相对数值进行了分析比较.计算结果表明:

1)液体和固体火箭发动机尾喷焰的远程探测积分辐射强度都随喷口燃气温度的升高而增大,液体火箭发动机尾喷焰自身积分辐射强度的比值和探测积分辐射强度的比值随喷口燃气温度的升高而增大.

2)液体和固体火箭发动机尾喷焰的远程探测积分辐射强度都随燃气马赫数的增大而增大,液体火箭发动机尾喷焰自身积分辐射强度的比值和探测积分辐射强度的比值随燃气马赫数的增大而增大.

3)液体和固体火箭发动机尾喷焰的远程探测积分辐射强度都随非计算度的增大而增大,液体火箭发动机尾喷焰自身积分辐射强度的比值和探测积分辐射强度的比值随非计算度的增大而减小.

4)液体和固体火箭发动机尾喷焰的远程探测积分辐射强度都随海拔高度的上升而减小,液体火箭发动机尾喷焰自身积分辐射强度的比值和探测积分辐射强度的比值随海拔高度的上升而增大.

参考文献:

- [1] Schenker N G, Keller B. Line-by-line calculations of the absorption of infrared radiation by water vapor in a box-shaped enclosure filled with humid air[J]. Int J of Heat and Mass Transfer, 1995, 38(17): 3127.
- [2] Liou K N. An Introduction to Atmospheric Radiation[M]. 2nd Ed. Los Angeles: Elsevier Science, 2002.
- [3] 石广玉.大气辐射学[M].北京:科学出版社,2007.
- [4] Modest M F. Radiative Heat Transfer[M]. New York: McGraw-Hill Press, 2002.
- [5] 周建波,魏合理,陈秀红,等.相关 k 分布法在水汽强吸收带计算中的应用[J].激光技术,2009,33(2): 176.
- [6] 尹雪梅,刘林华.气体宽带 k 分布模型及其在远程探测中的应用[J].红外与激光工程,2008,37(3): 420.