第28卷 第3期
2013年6月
郑州轻工业学院学报(自然科学版)
JOURNAL OF ZHENGZHOU UNIVERSITY OF LIGHT INDUSTRY(Natural Science)
Vol. 28 No. 3
Jun. 2013

文章编号:2095-476X(2013)03-0102-03

一类离散复杂动力学网络系统的混沌同步控制

孟晓玲, 毛北行

(郑州航空工业管理学院 数理系, 河南 郑州 450015)

摘要:研究了一类离散的复杂网络的混沌同步问题,基于Lyapunov稳定性理论,得到了离散复杂网络是混沌同步的,数值例子说明了该方法的有效性.

关键词:混沌同步;离散复杂网络; 离散系统

中图分类号:O482.4 **文献标志码**:A DOI:10.3969/j.issn.2095-476X.2013.03.024

Chaos synchronization control of a class of discrete complex dynamic network system

MENG Xiao-ling, MAO Bei-xing

(*Department of Mathematics and Physics*, *Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management*, *Zhengzhou* 450015, *China*)

Abstract: Chaos synchronization of a class of discrete complex network was studied. Based on Lyapunov stability theory, the conclusion was drawn that discrete complex network was chaos synchronization. The results proved the effectiveness of the method.

Key words: chaos synchronization; discrete complex network; discrete system

0 引言

自然界和人类社会存在大量的复杂网络(如Internet、电力系统、生物网络、社会网络等),复杂网络的混沌同步是网络动力学研究的热点问题,而且复杂网络的同步控制在信息通信、物理学、生命科学等许多领域有着广泛的应用空间.为此,学者们针对不同的网络控制系统设计了许多行之有效的同步方法,实现了离散复杂动力学网络的混沌同步[1-7].文献[8]研究了时变时滞耦合2个不同离散复杂网络的自适应广义同步问题,文献[9]基于滑模控制方法实现了规则网络的混沌同步,但离散的复杂网络系统同步控制方面的结果还非常少见.本文拟利用Lyapunov稳定性理论研究一类离散复杂网络系统的同步控制问题,说明在选取适当的控制律的前提下,多个混沌系统构成的离散复杂动力学网络是混沌同步的,数值算例说明了该方法的有效性.

1 离散复杂网络的混沌同步

考虑如下系统:

$$\begin{cases}\Delta x_i(k) = x_{i+1}(k) \quad i = 1,2,\cdots,n-1 \\ \Delta x_n(k) = f(x_1(k),x_2(k),\cdots,x_n(k))\end{cases} \quad ①$$

其中,$x(k) = (x_1(k),x_2(k),\cdots,x_n(k))^T \in R^n$ 为系统的状态变量;f 为非线性函数;$\Delta x_i(k)$,$\Delta x_n(k)$ 表示一阶差分.

收稿日期:2013-03-02

基金项目:国家自然科学基金项目(51072184);国家自然科学基金数学天元基金项目(11226337);河南省科技厅基础与前沿技术研究计划项目(122300410390);郑州航空工业管理学院青年基金项目(2012113004)

作者简介:孟晓玲(1976—),女,安徽省安庆市人,郑州航空工业管理学院讲师,硕士,主要研究方向为复杂网络混沌同步.

选取 m 个混沌系统 ① 作为节点构成规则网络,其第 j 个节点所满足的状态方程表示为

$$\begin{cases}\Delta x_i^j(k)=x_{i+1}{}^j(k) \qquad i=1,2,\cdots,n-1\\ \Delta x_n^j(k)=f(x_1^j(k),x_2^j(k),\cdots,x_n^j(k))+\xi_j(k)+\\ \quad u_j(k)=f(x_1^j(k),x_2^j(k),\cdots,x_n^j(k))+\\ \quad \alpha\sum_{l=1}^{m}G_{jl}x_n^l(k)+u_j(k)\end{cases} \qquad ②$$

其中,$\xi_j(k)=\alpha\sum_{l=1}^{m}G_{jl}x_n^l(k)$ 为连接节点之间的耦合函数;α 为网络内部节点之间的耦合强度;G_{jl} 表示耦合矩阵 G 的矩阵元,其具体表示因网络的连接类型而异,表征网络的拓扑结构;u_j 为控制输入.

定义网络各节点混沌系统的状态变量之间的误差为

$$e_i^j(k)=x_i^{j+1}(k)-x_i^j(k) \qquad j=1,2,\cdots,m-1$$

则有

$$\Delta e_i^j(k)=e_i^j(k+1)-e_i^j(k)=$$
$$[x_i^{j+1}(k+1)-x_i^j(k+1)]-[x_i^{j+1}(k)-x_i^j(k)]=$$
$$[x_i^{j+1}(k+1)-x_i^{j+1}(k)]-[x_i^j(k+1)-x_i^j(k)]=$$
$$\Delta x_i^{j+1}(k)-\Delta x_i^j(k)=x_{i+1}^{j+1}(k)-x_{i+1}^j(k)=e_{i+1}^j(k)$$
$$\Delta e_n^j(k)=e_n^j(k+1)-e_n^j(k)=$$
$$[x_n^{j+1}(k+1)-x_n^j(k+1)]-[x_n^{j+1}(k)-x_n^j(k)]=$$
$$[x_n^{j+1}(k+1)-x_n^{j+1}(k)]-[x_n^j(k+1)-x_n^j(k)]=$$
$$\Delta x_n^{j+1}(k)-\Delta x_n^j(k)=\Delta f_j+\Delta\xi_j+u_{j+1}-u_j$$

其中

$$\Delta f_j=f(x_1^{j+1}(k),x_2^{j+1}(k),\cdots,x_n^{j+1}(k))-f(x_1^j(k),x_2^j(k),\cdots,x_n^j(k))$$
$$\Delta\xi_j=\xi_{j+1}(k)-\xi_j(k)$$

针对网络中每相邻的 2 个节点混沌系统构造一个滑模面,由此构造的 $m-1$ 个滑模面为

$$S_j(k)=(\Delta+\eta)^{n-1}e_1^j(k) \qquad j=1,2,\cdots,m-1$$

其中,常量 $\eta>0$,Δ 表示差分,利用二项式定理

$$S_j(k)=(\Delta+\eta)^{n-1}e_1^j(k)=\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\Delta^{n-1-k}\eta^k e_1^j(k)=$$
$$\binom{n-1}{0}e_n^j+\binom{n-1}{1}\eta e_{n-1}^j(k)+\cdots+\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_2^j(k)+\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_1^j(k)$$

进一步得到 S_j 的差分关系式为

$$\Delta S_j(k)=\binom{n-1}{0}\Delta e_n^j(k)+\binom{n-1}{1}\eta\Delta e_{n-1}^j(k)+\cdots+\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}\Delta e_2^j(k)+\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}\Delta e_1^j(k)=$$
$$\binom{n-1}{0}[\Delta f_j+\Delta\xi_j+u_{j+1}(k)-u_j(k)]+\binom{n-1}{1}\eta e_n^j(k)+\cdots+\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_3^j(k)+\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_2^j(k)$$

定理 1　在下述控制器下,驱动系统 ① 与响应系统 ② 是混沌同步的.

$$u_{j+1}=u_j-\Delta f_j-\Delta\xi_j-\binom{n-1}{1}\eta e_n^j-\cdots-\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_3^j-\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_2^j-S_j(k)-S_j(k+1)$$

证明　构造 Lyapunov 函数 $V(k)=\sum_{j=1}^{m-1}S_j^2(k)$,则

$$\Delta V(k)=\sum_{j=1}^{m-1}\{S_j^2(k+1)-S_j^2(k)\}=$$
$$\sum_{j=1}^{m-1}\{S_j(k+1)[S_j(k+1)-S_j(k)]+[S_j(k+1)-S_j(k)]S_j(k)\}=$$
$$\sum_{j=1}^{m-1}\{S_j(k+1)\Delta S_j(k)+\Delta S_j(k)S_j(k)\}=$$
$$\sum_{j=1}^{m-1}\{S_j(k+1)\binom{n-1}{0}[\Delta f_j+\Delta\xi_j+u_{j+1}(k)-u_j(k)]+\binom{n-1}{1}\eta e_n^j(k)+\cdots+\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_3^j(k)+\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_2^j(k)\}+$$
$$\{\binom{n-1}{0}[\Delta f_j+\Delta\xi_j+u_{j+1}(k)-u_j(k)]+\binom{n-1}{1}\eta e_n^j(k)+\cdots+\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_3^j(k)+\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_2^j(k)\}S_j(k)$$

设计控制输入:

$$u_{j+1}=u_j-\Delta f_j-\Delta\xi_j-\binom{n-1}{1}\eta e_n^j-\cdots-\binom{n-1}{n-2}\eta^{n-2}e_3^j-\binom{n-1}{n-1}\eta^{n-1}e_2^j-S_j(k)-S_j(k+1)$$

$$\Delta V(k)=\sum_{j=1}^{m-1}-\{S_j(k+1)[S_j(k+1)+S_j(k)]+$$

$$[S_j(k+1)+S_j(k)]S_j(k)\}$$

$$\Delta V=\sum_{j=1}^{m-1}-[S_j(k+1)+S_j(k)]^2<0$$

从而可得驱动系统 ① 与响应系统 ② 是混沌同步的.

2 数值算例

已知

$$\Delta x_1(k)=x_2(k) \qquad \Delta x_2=x_3(k)$$

$$\Delta x_3=ax_3(k)+dx_2(k)+cx_1(k)-x_3^2(k)$$

$$a=-0.45 \qquad c=0.8 \qquad d=-1.1$$

$$f(x_1(k),x_2(k),x_3(k))=$$

$$-0.45x_3(k)-1.1x_2(k)+0.8x_1(k)-x_3^2(k)$$

耦合矩阵 $\boldsymbol{G}_{jl}=\begin{bmatrix}0&0&0\\1&-1&0\\0&1&-1\end{bmatrix}$,网络的耦合强度 $\alpha=0.05$.

如果选取

$$u_{j+1}-u_j=-\Delta f_j-\Delta\xi_j-S_3(k+1)-S_3(k)$$

则上述系统是混沌同步的.

3 结语

本文利用 Lyapunov 稳定性理论研究了一类离散复杂网络的同步控制问题,将滑模控制方法推广到 m 个混沌系统构成的离散复杂动力学网络的同步研究,数值算例表明,只要选取适当的控制律,则离散复杂网络驱动系统与响应系统是混沌同步的.

参考文献:

[**1**] 吕翎,李纲,张檬,等.全局耦合网络的参数辨识与时空混沌同步[J].物理学报,2011,60(9):5051.

[**2**] 吕翎,孟乐,郭丽,等.激光时空混沌模型的加权网络投影同步[J].物理学报,2011,60(3):5061.

[**3**] 吕翎,李钢,孟乐,等.单项链式网络的激光混沌同步[J].中国激光,2010,37(10):2533.

[**4**] Niu Y,Ho D W C. Robust observer design for Ito stochastic time-delay systems via sliding mode control[J]. Systems Control Letters,2006,55(10):781.

[**5**] 付宏睿,俞建宁,张建刚.复杂网络的混沌同步及一种新的保密通信系统[J].河北师范大学学报:自然科学版,2011,35(5):473.

[**6**] 李德奎,李玉龙,张建刚,等.混合时滞驱动响应动力学网络的函数投影同步[J].河南科技大学学报:自然科学版,2011,32(6):64.

[**7**] 赵岩岩,蒋国平.一类输出耦合时延复杂动态网络故障诊断研究[J].物理学报,2011,60(11):2061.

[**8**] 王建安.时变时滞耦合两个不同复杂网络的自适应广义同步[J].物理学报,2012,61(2):5091.

[**9**] 吕翎,李雨珊,韦琳玲,等.基于滑模控制法实现规则网络的混沌同步[J].物理学报,2012,61(12):5041.