文章编号:2095-476X(2013)04-0059-05

一种基于OWA算子的区间值模糊推理方法

吴青娥, 史振杰, 袁健, 韩振宇

(郑州轻工业学院 电气信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘要:提出了一种基于区间值模糊集近差的双阈值多重多维模糊推理方法.通过基于组合数的OWA算子赋权方法计算出区间值模糊规则前件的各个权值,并且在计算区间值模糊集近差的时候,考虑区间值的上限和下限对计算近差的影响程度不同,以及论域中各因素或属性对于结论的重要性不尽相同的情况,从而过滤掉一些不必要的规则.算例分析表明,该方法更接近实际推理,结果便于应用.

关键词:区间值模糊推理;近差计算方法;OWA算子

中图分类号:TP273 **文献标志码**:A DOI:10.3969/j.issn.2095-476X.2013.04.015

An interval-valued fuzzy inference method based on OWA operator

WU Qing-e, SHI Zhen-jie, YUAN Jian, HAN Zhen-yu

(*College of Electric Information Engineering*, *Zhengzhou University of Light Industry*, *Zhengzhou* 450002, *China*)

Abstract: A dual threshold multiple multi-dimensional interval-valued fuzzy inference method based on similarity measure of interval-valued fuzzy sets was put forward. An OWA operator weighting method based on combinatorial number is used to calculate the weight of each interval-valued fuzzy rule antecedent, and in the calculation of similarity measure of interval-valued fuzzy sets, consider the effect of the upper and lower range of interval-values are different for calculating the similarity measure, and the importance of each factor or attribute for the conclusion is different, so as to filter out some unnecessary rules. Example analysis showed that this method is closer to the actual inference, the results are convenient for application.

Key words: interval-valued fuzzy inference; similarity measure calculation method; OWA operator

0 引言

模糊推理在控制系统和人工智能等领域已经得到了广泛的应用.用闭区间和模糊集来表示不确定的数据有相似的功效,因此在1980年代初波兰学派提出了区间分析学,作为与模糊集方法并用的工具[1-2].由于区间分析与模糊集方法结合使用有更好的效果,因此区间值模糊集(简称IVFS)的概念提出后被用于模糊推理.

在实际应用中,特别是在决策、评价等过程中,动态事物很难把握其本质,一个对象的单值隶属度往往不容易确定,而区间值隶属度相对而言较易确定,并且区间值模糊推理方法可以减少推理过程中的信息丢失.文献[3]在区间值模糊关系的基础上研究了简单区间值模糊推理和多重区间值模糊推理这2种推理形式,但没有考虑推理中带有确定性因子或者权值等参数的情况.在推理过程中,由于不同的因素对结果的影响程度是不一样的,那么主

收稿日期:2013-05-30

基金项目:河南省教育厅科学技术研究重点项目(12A520049);郑州市科技攻关计划项目(N2013G0796)

作者简介:吴青娥(1971—),女,河南省长垣县人,郑州轻工业学院副教授,博士,主要研究方向为模糊控制和粗糙集理论及应用、模式识别及信息融合技术.

要因素分配的权重大一些,次要因素分配的权重小一些,这是一种符合人的思维习惯的想法. R. R. Yager[4]给出的 OWA 算子(ordered weighted averaging operator)理论很好地体现了这一想法. 本文拟基于 OWA 算子,研究区间值模糊推理方法.

1 区间值模糊集的近差定义及计算方法

2 个区间值模糊集在某种特性方面进行比较时,需要用一些数量指标表示比较结果,常用的指标有区间值模糊集的距离和近差[5],前者表示 2 个模糊集差别的程度,后者则表示 2 个模糊集相似的程度.

定义1 取 $A(A\in IF(X))$(其中 $IvF(U)$ 表示论域 U 上所有区间值模糊集合)的隶属度函数 $A(x)=[A^-(x),A^+(x)]$,假设有映射 $N:IF(X)\times IF(X)\to I$,$A,B\in IF(X)$,若满足下列条件,则称 $N(A,B)$ 是 A 和 B 的近差:

1) $N(A,A)=1$;

2) $N(X,\emptyset)=0$, $X=(1,1)$, $\emptyset=(0,0)$;

3) $N(A,B)=N(B,A)$;

4) $A\subseteq B\subseteq C\Rightarrow N(A,C)\leqslant N(B,C)\wedge N(A,B)$.

考虑到区间值的上限和下限对计算近差的影响程度不尽相同,而且论域中各因素或属性对于结论的重要性也不一样,可以根据实际情况赋予它们不同的权重,得到如下近差计算公式.

定理1 如果 $A,B\in IF(X)$,当 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是有限集时,$p\in N^*$,取 $\lambda_i,\mu_i\in[0,1]$ 且 $\lambda_i+\mu_i=1$,$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 是与论域 X 相关的加权向量,其中 $\boldsymbol{\omega}_i\in[0,1]$,$\sum_{i=1}^n\omega_i=1$,$i=1,2,\cdots,n$,定义

$$N(A,B)=1-\{\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-B^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-B^+(x_i)|^p)\}^{\frac{1}{p}}$$

则 $N(A,B)$ 就是区间值模糊集 A 和 B 的近差.

证明

1) $$N(A,A)=1-\{\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-A^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-A^+(x_i)|^p)\}^{\frac{1}{p}}=1$$

2) 若 $A(x_i)=[1,1]$,则 $A^C(x_i)=[0,0]$,$i=1,2,\cdots,n$,于是有

$$N(A,A^C)=1-\{\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|1-0|^p+\mu_i|1-0|^p)\}^{\frac{1}{p}}=1-1=0$$

同理可得:若 $A(x_i)=[0,0]$,则 $A^C(x_i)=[1,1]$,$i=1,2,\cdots,n$,则 $N(A,A^C)=0$;

3) $N(A,B)=N(B,A)$ 显然成立.

4) 因为 $A\subseteq B\subseteq C$,所以

$$A^-(x_i)\leqslant B^-(x_i)\leqslant C^-(x_i)$$
$$A^+(x_i)\leqslant B^+(x_i)\leqslant C^+(x_i)$$
$$i=1,2,\cdots,n$$

则

$$|A^-(x_i)-C^-(x_i)|\geqslant|A^-(x_i)-B^-(x_i)|$$
$$|A^+(x_i)-C^+(x_i)|\geqslant|A^+(x_i)-B^+(x_i)|$$

那么

$$\lambda_i|A^-(x_i)-C^-(x_i)|^p\geqslant\lambda_i|A^-(x_i)-B^-(x_i)|^p$$
$$\mu_i|A^+(x_i)-C^+(x_i)|^p\geqslant\mu_i|A^+(x_i)-B^+(x_i)|^p$$
$$\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-C^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-C^+(x_i)|^p)\geqslant\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-B^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-B^+(x_i)|^p)$$

所以

$$N(A,C)=1-\{\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-C^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-C^+(x_i)|^p)\}^{\frac{1}{p}}\leqslant 1-\{\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-B^-(x_i)|^p+\mu_i|A^+(x_i)-B^+(x_i)|^p)\}^{\frac{1}{p}}=N(A,B)$$

同理可得 $N(A,C)\leqslant N(B,C)$.

因为 $N(A,B)$ 是区间值模糊集 A 和 B 的近差,所以取 $p=1$ 或 2 时,由上述定理可得到如下推论.

推论1 如果 $A,B\in IF(X)$,当 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是有限集时,$\lambda_i,\mu_i\in[0,1]$ 且 $\lambda_i+\mu_i=1$,$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 是与论域 X 相关的加权向量,其中 $\boldsymbol{\omega}_i\in[0,1]$,$\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i=1$,$i=1,2,\cdots,n$,定义

$$N_1(A,B)=1-\sum_{i=1}^n\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i|A^-(x_i)-B^-(x_i)|+\mu_i|A^+(x_i)-B^+(x_i)|)\qquad ①$$

则 $N_1(A,B)$ 就是区间值模糊集 A 和 B 的近差.

推论2 如果 $A,B\in IF(X)$,当 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是有限集时,$\lambda_i,\mu_i\in[0,1]$ 且 $\lambda_i+\mu_i=1$,$\boldsymbol{\omega}=$

$(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 是与论域 X 相关的加权向量,其中 $\boldsymbol{\omega}_i \in [0,1]$, $\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_i = 1$, $i = 1,2,\cdots,n$,定义

$$N_2(A,B) = 1 - \{ \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_i(\lambda_i \mid A^-(x_i) - B^-(x_i)\mid^2 + \mu_i \mid A^+(x_i) - B^+(x_i)\mid^2)\}^{\frac{1}{2}}$$

则 $N_2(A,B)$ 就是区间值模糊集 A 和 B 的近差.

2　OWA 算子及其赋权方法

定义 2[6]　设 $F:R^n \to R$,若

$$F(a_1,a_2,\cdots a_n) = \sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_j b_j,$$

其中,$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 是与函数 F 相关联的 n 维加权向量,$\boldsymbol{\omega}_j \in [0,1]$, $j \in \{1,2,\cdots,n\}$, $\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_j = 1$ 且 b_j 是一组数据$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 中第 j 大的元素,R 是实数集,则称函数 F 是 n 维有序加权平均算子(OWA 算子).

OWA 算子明显的特点[7] 就是先按照由大到小的顺序对给出的决策数据$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 重新排序,得到新的数据$(b_1,b_2,\cdots,b_n)$,并用给出的加权向量对新的数据进行集结. 权值 $\boldsymbol{\omega}_j$ 与元素 a_j 没有任何关系,它只与集结过程中第 j 个位置有关.

在决策或者推理过程中,一些专家可能会根据自己的喜好对研究对象作出不客观的评价. 所以,在试验数据的集结过程中,要尽量减少这种感情因素造成的不公平现象,使评价结果尽量公平公正. 从这个角度出发,给出的权重相对来说较为合理,因为无论是专家由于喜好而给出的高分,还是由于憎恶而给出的低分,都被安排在权重较小的位置,能够较好地削弱感情因素带来的不利影响. 基于这种考虑,本文给出一种基于组合数的 OWA 算子赋权方法[8].

定义 3　有序加权向量 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 可由下列公式确定:

$$\boldsymbol{\omega}_j = \frac{C_{n-1}^{j-1}}{\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^{k}} \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

显然, $\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_j = 1$ 成立.

由组合数的性质可知 $\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^{k} = 2^{n-1}$,则

$$\boldsymbol{\omega}_j = \frac{C_{n-1}^{j-1}}{2^{n-1}} \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

3　基于区间值模糊集近差的双阈值多重多维模糊推理

3.1　推理方法

以多重多维推理为例,给出一种基于加权近差的区间值模糊推理方法,为了使讨论更贴近实际和更具一般性,设定如下 3 个条件成立.

1)给第 i 规则配备 1 个适当的阈值 $\tau_i \in [0,1]$, $i = 1,2\cdots,n$,用来判断此条规则是否能用,如果能用,则激活此规则;否则不激活.

2)给第 i 规则的前件配备 1 个适当的阈值向量 $\boldsymbol{\gamma}_i = (\gamma_{i1},\gamma_{i2},\cdots,\gamma_{im})$,其中 $\boldsymbol{\gamma}_{ij}$ 是配备给第 i 条规则的前件 A_{ij} 的阈值,$\boldsymbol{\gamma}_{ij} \in [0,1]$, $i = 1,2,\cdots,n$, $j = 1,2,\cdots,m$,当给定的事实 A_j^* 与 A_{ij} 的近差 $N(A_j^*,A_{ij}) \geqslant \boldsymbol{\gamma}_{ij}$ 时,按照此近差值做进一步计算:如果 $N(A_j^*,A_{ij}) < \boldsymbol{\gamma}_{ij}$,则取 $N(A_j^*,A_{ij}) = 0$,然后再做进一步计算. 这种方法有一定的实际意义,因为当 A_j^* 和 A_{ij} 的近差 $N(A_j^*,A_{ij})$ 过小的时候,笔者认为,此时此事实对结果没有影响.

3)根据实际情况,各个前件对结果的影响不尽相同,给第 i 条规则的前件赋予权重 $\boldsymbol{\omega}_i = (\omega_{i1},\omega_{i2},\cdots,\omega_{im})$,$\boldsymbol{\omega}_{ij} \in [0,1]$, $i = 1,2,\cdots,n$, $j = 1,2,\cdots,m$,且 $\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{\omega}_{ij} = 1$. $\boldsymbol{\omega}_{ij}$ 表示第 i 规则的前件 A_{ij} 对给定的规则后件 B_i 的影响程度.

引入阈值之后,区间值模糊推理的一般形式为:

已知 $R_1: A_{11}$ 且 A_{12} 且 $\cdots$ 且 $A_{1m} \to B_1,\gamma_1,\tau_1$

$R_2: A_{21}$ 且 A_{22} 且 $\cdots$ 且 $A_{2m} \to B_2,\gamma_2,\tau_2$

$\cdots$

$R_n: A_{n1}$ 且 A_{n2} 且 $\cdots$ 且 $A_{nm} \to B_n,\gamma_n,\tau_n$

且给定事实 A_1^* 且 A_2^* 且 $\cdots$ 且 A_m^*,求 B^*.

其中,A_{i1} 是论域 $X_1 = \{x_{11},x_{12},\cdots,x_{1m_1}\}$ 之上的区间值模糊集,A_{i2} 是论域 $X_2 = \{x_{21},x_{22},\cdots,x_{2m_2}\}$ 之上的区间值模糊集,A_{ij} 是论域 $X_j = \{x_{j1},x_{j2},\cdots,x_{jm_j}\}$ 上的区间值模糊集,B_i 是论域 $Y = \{y_1,y_2,\cdots,y_i\}$ 上的区间值模糊集.

$$A_{i1} = \{[A_{i1}^-(x_{11}),A_{i1}^+(x_{11})],[A_{i1}^-(x_{12}),A_{i1}^+(x_{12})],\cdots,[A_{i1}^-(x_{1m_i}),A_{i1}^+(x_{1m_i})]\}$$

$$A_{ij} = \{[A_{ij}^-(x_{j1}),A_{i1}^+(x_{j1})],[A_{i1}^-(x_{j2}),A_{i1}^+(x_{j2})],\cdots,[A_{i1}^-(x_{jm_i}),A_{i1}^+(x_{jm_i})]\}$$

$$B_i = \{[B_i^-(y_1),B_i^+(y_1)],[B_i^-(y_2),B_i^+(y_2)],\cdots,[B_i^-(y_i),B_i^+(y_i)]\}$$

那么,新的基于近差的区间值模糊推理算法如下.

步骤1 先计算每条规则的各个前件和给定事实对应的前件的近差

$\boldsymbol{\alpha}_{ij} = N(A_j^*, A_{ij}) \qquad i = 1,2,\cdots,n,\ j = 1,2,\cdots,m$

其中,$\boldsymbol{\alpha}_{ij}$ 可采用上述近差计算公式进行计算.

首先,用所得近差α_{ij}与所给的对应阈值$\boldsymbol{\gamma}_{ij}$作比较,若$\boldsymbol{\alpha}_{ij} \geqslant \boldsymbol{\gamma}_{ij}$,则记$\boldsymbol{\alpha}_{ij}^* = \boldsymbol{\alpha}_{ij}$;若$\boldsymbol{\alpha}_{ij} < \boldsymbol{\gamma}_{ij}$,则记$\boldsymbol{\alpha}_{ij}^* = 0$. 然后记比较后的近差向量为 $\boldsymbol{\alpha}_i^* = (\alpha_{i1}^*, \alpha_{i2}^*, \cdots, \alpha_{im}^*)$.

再令 $w_i = (w_{i1}, w_{i2}, \cdots, w_{im})$, $i = 1,2,\cdots,n$ 是基于组合数的 OWA 算子,并计算第 i 条规则的综合近差

$$\boldsymbol{\pi}_i = \sum_{j=1}^{m} w_{ij} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \qquad i = 1,2,\cdots,n$$

其中$(\boldsymbol{\varepsilon}_{i1}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i2}, \cdots, \boldsymbol{\varepsilon}_{im})$是$\boldsymbol{\alpha}_i^* = (\alpha_{i1}^*, \alpha_{i2}^*, \cdots, \alpha_{im}^*)$的分向量按照从大到小排序后得到的向量分量.

依据所给定的阈值$\boldsymbol{\tau}_i$,有如下结论:若$\boldsymbol{\pi}_i \geqslant \boldsymbol{\tau}_i$,则激活此规则;若$\boldsymbol{\pi}_i < \boldsymbol{\tau}_i$,则此规则不被激活.

步骤2 当只有第i条规则被激活时,按照如下计算方法计算输出结论

$$B^* = \boldsymbol{\pi}_i \cdot B_i = \{[\boldsymbol{\pi}_i B_i^-(y_1), \boldsymbol{\pi}_i B_i^+(y_1)], [\boldsymbol{\pi}_i B_i^-(y_2), \boldsymbol{\pi}_i B_i^+(y_2)], \cdots, [\boldsymbol{\pi}_i B_i^-(y_q), \boldsymbol{\pi}_i B_i^+(y_q)]\}$$

当有$p(p > 1)$条规则都被激活时,考虑这些被激活规则推出的结论加上适当权重,得出最终结论. 假设权重中涉及到参数β,利用综合近差$\boldsymbol{\pi}_i$来确定权重向量,定义$\beta = \max\limits_{第i条规则被激活}(\boldsymbol{\pi}_i)$. 记$s$为被激活规则中综合近差取值为最大的规则的个数.

令 $I = \{i \mid$ 第 i 条规则被激活,且 $\boldsymbol{\pi}_i = \beta, 1 \leqslant i \leqslant n\}$,给 B_i 赋予权重$\dfrac{1+\beta}{2s}$,则综合近差取值为最大的规则的结论记为 $B_1^* = \bigcup\limits_{i \in I} \dfrac{1+\beta}{2s} B_i$;剩余的被激活规则所推出的结论赋予权重$\dfrac{1-\beta}{2(p-s)}$,则剩余规则的结论记为$B_2^* = \bigcup\limits_{i \notin I} \dfrac{1-\beta}{2(p-s)} B_i$.

步骤3 把步骤 2 所得结论取并,得到实际输出 $B^* = B_1^* \cup B_2^*$.

3.2 算例分析

例 假设某区间值模糊推理系统的知识集中包含如下多重多维区间值模糊产生式规则:

已知R_1:A_{11} 且 A_{12} 且 $A_{13} \to B_1, \gamma_1, \tau_1$

R_2:A_{21} 且 A_{22} 且 $A_{23} \to B_2, \gamma_2, \tau_2$

R_3:A_{31} 且 A_{32} 且 $A_{33} \to B_3, \gamma_3, \tau_3$

且给定事实 A_1^* 且 A_2^* 且 A_3^*,求 B^*. 其中

$$A_{11} = \{[0.1,0.2],[0.1,0.3]\}$$
$$A_{12} = \{[0.1,0.3],[0.4,0.5],[0.7,0.8]\}$$
$$A_{13} = \{[0.2,0.3],[0.1,0.3],[0.4,0.6],[0.8,0.9]\}$$
$$A_{21} = \{[0.4,0.6],[0.6,0.7]\}$$
$$A_{22} = \{[0.2,0.4],[0.7,0.9],[0.4,0.5]\}$$
$$A_{23} = \{[0.4,0.6],[0.5,0.6],[0.7,0.8],[0.3,0.5]\}$$
$$A_{31} = \{[0.7,0.9],[0.8,0.9]\}$$
$$A_{32} = \{[0.6,0.8],[0.1,0.3],[0.5,0.7]\}$$
$$A_{33} = \{[0.7,0.8],[0.6,0.8],[0.2,0.4],[0.5,0.7]\}$$
$$B_1 = \{[0.2,0.4],[0.5,0.6]\}$$
$$B_2 = \{[0.5,0.7],[0.1,0.3]\}$$
$$B_3 = \{[0.6,0.8],[0.9,0.95]\}$$

给定的事实为

$$A_1^* = \{[0.6,0.8],[0.4,0.6]\}$$
$$A_2^* = \{[0.1,0.3],[0.4,0.6],[0.6,0.8]\}$$
$$A_3^* = \{[0.5,0.7],[0.4,0.5],[0.3,0.5],[0.4,0.6]\}$$

为简便起见,笔者取$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = (0.6,0.6,0.6)$, $\tau_1 = 0.65$, $\tau_2 = 0.65$, $\tau_3 = 0.70$.

下面将按照前面提到的步骤进行推理,并得到系统的推理结果.

首先利用上述推论 1 所给近差计算公式 ① 计算出给定事实 A_j^* 与第 i 规则的近差 $\boldsymbol{\alpha}_{ij}$. 其中 $\lambda_i = 0.4$, $\mu_i = 0.6$, $\boldsymbol{\omega}_i$的值由基于组合数的 OWA 算子确定. 经计算得出,$\boldsymbol{\alpha}_1 = (0.57, 0.965, 0.74)$, $\boldsymbol{\alpha}_2 = (0.83, 0.77, 0.78)$, $\boldsymbol{\alpha}_3 = (0.78, 0.675, 0.865)$,经与 $\boldsymbol{\gamma}_j(0.6,0.6,0.6)$ 比较可得 $\boldsymbol{\alpha}_1^* = (0, 0.965, 0.74)$, $\boldsymbol{\alpha}_2^* = (0.83, 0.77, 0.78)$, $\boldsymbol{\alpha}_3^* = (0.78, 0.675, 0.865)$.

然后令第 i 条规则前件对结论的影响程度权向量 $\boldsymbol{\omega}_i = (\omega_{i1}, \omega_{i2}, \cdots, \omega_{im})$, $i = 1,2,\cdots,n$ 取值是由基于组合数的 OWA 算子得到的. 则给定事实 A^* 与第 i 条规则的综合近差 $\boldsymbol{\pi}_i$ 分别为 $\boldsymbol{\pi}_1 = 0.611\ 25$, $\boldsymbol{\pi}_2 = 0.79$, $\boldsymbol{\pi}_3 = 0.775$. 依据所给定的阈值$\boldsymbol{\tau}_i$,可得

$\boldsymbol{\pi}_1 < \tau_1$,则第 1 条规则不被激活;

$\boldsymbol{\pi}_2 > \tau_2$,则第 2 条规则激活;

$\boldsymbol{\pi}_3 > \tau_3$,则第 3 条规则激活.

由于不止 1 条规则被激活,笔者按照步骤 2 所给的方法计算最终结果. 由已知得

$$\beta = \max_{第i条规则被激活}(\boldsymbol{\pi}_i) = \boldsymbol{\pi}_2 = 0.79$$

$$B_1^* = \bigcup_{i \in I} \frac{1+\beta}{2s} B_i = \frac{1+0.79}{2} B_2 = 0.895 B_2 =$$

$$\{[0.4475,0.6265],[0.0895,0.2685]\}$$

$$B_2^* = \bigcup_{i \notin I} \frac{1-\beta}{2(p-s)} B_i = \frac{1-0.79}{2} B_2 = 0.105 B_3 =$$

$$\{[0.063,0.084],[0.0945,0.09975]\}$$

那么，最终实际输出结果

$$B^* = B_1^* \cup B_2^* =$$

$$\{[0.4475,0.6265],[0.0945,0.2685]\}$$

如果在上述算例中取消阈值 $\gamma_i, i=1,2,3$，其他不变，则 $\pi_1 = 0.75375 > \tau_1$，第 1 条规则被激活，则 3 条规则都被激活，那么

$$B_1^* = \bigcup_{i \in I} \frac{1+\beta}{2s} B_i = \frac{1+0.79}{2} B_2 = 0.895 B_2 =$$

$$\{[0.4475,0.6265],[0.0895,0.2685]\}$$

$$B_2^* = \bigcup_{i \notin I} \frac{1-\beta}{2(p-s)} B_i = \frac{1-0.79}{4} B_1 \cup \frac{1-0.79}{4} B_2 =$$

$$\{[0.0315,0.042],[0.04725,0.049875]\}$$

此时，最终实际输出结果

$$B^* = B_1^* \cup B_2^* =$$

$$\{[0.4475,0.6265],[0.0845,0.2685]\}$$

比较上述 2 个最终输出结果可以看出，2 个结果是有区别的. 笔者设定的阈值 $\gamma_i (i=1,2,3)$ 是有效的，可以过滤掉一些不必要的规则，并影响最终输出结果.

4　结论

本文给出了一种基于 OWA 算子的区间值模糊推理方法，通过基于组合数的 OWA 算子赋权方法计算出区间值模糊规则前件的各个权值，并且在计算区间值模糊集近差的时候，考虑区间值的上限和下限对计算近差的影响程度不同，以及论域中各因素或属性对于结论的重要性不尽相同的情况，得到一种新的区间值模糊集近差的计算方法. 针对多重多维模糊推理，提出了一种双阈值模糊推理方法. 该方法通过给每个规则前件赋予一个适当的阈值向量，过滤掉一些次要因素的影响，从而过滤掉一些不必要的规则，并影响最终输出结果. 因此，在此基础上所给出的推理算法更接近实际推理，结果便于应用.

参考文献：

[1] Turksen I B, Yao D D. Representation of connectives in fuzzy reasoning: The view through normal forms[J]. IEEE Trans Systems, Man and Cybernetics, 1984(14): 146.

[2] Turksen I B, Zhong Z. An approximate analogical reasoning schema based on similarity measures and interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 34: 323.

[3] 曾文艺，赵宜宾. 基于区间数度量的区间值模糊集合的归一化距离、相似度、模糊度和包含度的关系研究[J]. 模糊系统与数学，2012，26(2)：81.

[4] Yager R R. Families of OWA operators[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 59: 125.

[5] 曾文艺，赵宜宾. 基于区间数度量的区间值模糊集合的贴近度和模糊度的关系[J]. 模糊系统与数学，2012，26(1)：25.

[6] 孙晓玲，王宁. 基于 OWA 算子的区间值加权模糊推理[J]. 计算机工程与应用，2012，48(10)：156.

[7] 柳毅，高晓光，卢广山，等. 基于 OWA 算子的加权属性信息融合[J]. 仪器仪表学报，2006，27(3)：322.

[8] 王煜，徐泽水. OWA 算子赋权新方法[J]. 数学的实践与认识，2008，38 (3)：51.