第28卷 第5期
2013年10月

郑州轻工业学院学报(自然科学版)
JOURNAL OF ZHENGZHOU UNIVERSITY OF LIGHT INDUSTRY(Natural Science)

Vol.28 No.5
Oct. 2013

文章编号:2095 -476X(2013)05 -0102 -03

具有输入时滞的不确定时滞系统的积分控制

侯晓丽

(郑州轻工业学院 数学与信息科学系,河南 郑州 450002)

摘要: 针对具有输入时滞的不确定时滞系统,利用Lyapunov稳定性定理和一个特殊的引理,设计了带记忆的积分控制器,使得系统在有限时间内渐近稳定,并给出时滞依赖的稳定性判据.数值算例表明了该设计方法的有效性.

关键词: 不确定时滞系统;输入时滞;积分控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A DOI:10.3969/j.issn.2095 -476X.2013.05.024

Integral control for uncertain time-delay system with input delay

HOU Xiao-li

(*Department of Mathematics and Information Science, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou* 450002, *China*)

Abstract: For uncertain time-delay system with input delay, the integral controller with memory was designed by using Lyapunov stability theory and a special lemma, which made the system asymptotically stable in finite time and the delay-dependent stability criterion was also given. A numerical example showed the effectiveness of the proposed design method.

Key words: uncertain time-delay system; input delay; integral control

0 引言

在建材、化工、生物、电气等许多应用领域中普遍存在时滞系统(如水泥窑煅烧过程、玻璃熔窑的传热过程、传染病的传播过程等),时滞的种类有很多,如输入时滞、量测时滞、传输时滞等.时滞的存在会导致系统不稳定或使得闭环系统的性能变差,而不确定性的存在会使得系统变得更加不稳定.因此,不确定时滞系统的鲁棒稳定性分析及鲁棒镇定问题一直是控制理论研究的热点[1-4].

对于带有输入时滞的系统,大部分学者通过状态变换 $z(t) = x(t) + \int_{t-\tau}^{t} e^{A(t-\tau-v)} Bu(v)\,\mathrm{d}v$ 来消除输入延迟带来的影响,然后研究其自适应控制或滑模控制.N. Bekiaris-Liberis 等[5]研究了前馈系统的依赖时滞的自适应控制;D. Paesa 等[6]研究了一类系统的自适应观测器设计问题;吴立刚等[7]对模型具有非匹配不确定性的具有状态和输入时滞的系统,通过状态变换将问题转化为带有未知扰动的一般时滞系统,设计自适应率,研究其滑模控制器设计;李圣涛等[8]针对网络系统不确定上界很难获得的问题,提出了一种自适应率以适应系统的不确定上界,据此设计一滑模控制器来控制具有输入时滞的TCP网络系统.但是模型变换容易给最初的系统引入附加的动态,且使得系统的极点增多、控制成本增加.

鉴于此,本文针对带有输入时滞的系统,不做状态变换,仅利用系统过去的状态设计积分控制

收稿日期: 2013 -06 -30

基金项目: 河南省基础与前沿技术研究项目(122300410117);河南省教育厅项目(2009A120005;2010B120013)

作者简介: 侯晓丽(1973—),女,河南省邓州市人,郑州轻工业学院讲师,博士,主要研究方向为不确定时滞系统的鲁棒控制与自适应控制.

器,结合状态反馈控制器设计泛函,以使系统能在有限时间内渐近稳定,且所得的渐近稳定充分条件是时滞依赖的.

1　系统描述及主要结果

考虑具有如下形式的不确定时滞系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + [A_1 + \\ \quad \Delta A_1(t)]x(t-\tau) + B_1 u(t) + B_2 u(t-\tau) \\ x(t) = \Phi(t) \quad u(t) = \Psi(t) \quad \forall t \in [-\tau, 0]\end{cases} \tag{①}$$

其中,$x(t) \in R^n$ 为系统状态,$u(t) \in R^m$ 为控制输入;A, A_1, B_1, B_2 为已知的具有适当维数的实常数矩阵;$\Delta A(t), \Delta A_1(t)$ 代表系统参数的时变不确定性;τ 为已知的实常数;初始条件中的 $\Phi(t), \Psi(t)$ 是 $[-\tau, 0]$ 上的连续函数.

假设参数不确定性为范数有界的,即存在适当维数的常值矩阵 E_1, E_2, H_1, H_2,使得

$$\Delta A(t) = E_1 F(t) H_1 \qquad \Delta A_1(t) = E_2 F(t) H_2$$

这里 $F(t) \in R^{i\times j}$ 为未知的时变函数矩阵,其元素可测且满足 $F^T(t)F(t) \le I \quad \forall t$.

引理1[8]　设 $a(t) \le b(t)$,则

$$\left\|\int_a^b f(s)\,ds\right\|^2 \le (b-a)\int_a^b \|f(s)\|^2 ds$$

先考虑下面的没有不确定性的时滞系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-\tau) + B_1 u(t) + \\ \quad B_2 u(t-\tau) \\ x(t) = \Phi(t) \quad u(t) = \Psi(t) \quad \forall t \in [-\tau, 0]\end{cases} \tag{②}$$

令

$$u(t) = Kx(t) + \int_{-\tau}^{0} Rx(t+s)\,ds \tag{③}$$

其中 K, R 为相容维数的矩阵,

定理1　对于系统②,在控制器③作用下,若存在正定对称矩阵 P, G 及相容维数的矩阵 Q, N, Y,使得下述不等式成立,则系统是渐近稳定的,且 $K = YX^{-1}$.

$$\begin{pmatrix} W & A_1X + B_2Y & B_1X & B_2X \\ * & -G + \tau^2 D & 0 & 0 \\ * & * & -Q & 0 \\ * & * & * & -N \end{pmatrix} < 0 \tag{④}$$

其中 $W = AX + B_1Y + (AX + B_1Y)^T + XGX + \tau^2 XMX$,$M = R^TQR$,$D = R^TNR$.

证明　对系统②,把控制器③代入得

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Ax(t-\tau) + B_1Kx(t) + B_1\int_{-\tau}^{0} Rx(t+s)\,ds + B_2Kx(t-\tau) + B_2\int_{-\tau}^{0} Rx(t-\tau+s)\,ds = (A + B_1K)x(t) + (A_1 + B_2K)x(t-\tau) + B_1\int_{-\tau}^{0} Rx(t+s)\,ds + B_2\int_{-\tau}^{0} Rx(t-\tau+s)\,ds$$

令 $V_0 = x^TPx + \int_{t-\tau}^{t} x^T(s)Gx(s)\,ds$,则沿着系统①对 t 求导可得

$$\begin{aligned}\frac{dV_0}{dt} &= 2x^TP\dot{x} + x^T(t)Gx(t) - x^T(t-\tau)Gx(t-\tau) = 2x^TP(A + B_1K)x + 2x^TP(A_1 + B_2K)x(t-\tau) + 2x^TPB_1\int_{-\tau}^{0} Rx(t+s)\,ds + \\ &2x^TPB_2\int_{-\tau}^{0} Rx(t-\tau+s)\,ds + x^T(t)Gx(t) - x^T(t-\tau)Gx(t-\tau) \le 2x^TP(A + B_1K)x + 2x^TP(A_1 + B_2K)x(t-\tau) + \\ &2\|x^TPB_1Q^{-1/2}\|\left\|\int_{-\tau}^{0} Q^{1/2}Rx(t+s)\,ds\right\| + 2\|x^TPB_2N^{-1/2}\|\left\|\int_{-\tau}^{0} N^{1/2}Rx(t-\tau+s)\,ds\right\| + \\ &x^T(t)Gx(t) - x^T(t-\tau)Gx(t-\tau) \le 2x^TP(A + B_1K)x + 2x^TP(A_1 + B_2K)x(t-\tau) + \\ &\|x^TPB_1Q^{-1/2}\|^2 + \left\|\int_{-\tau}^{0} Q^{1/2}Rx(t+s)\,ds\right\|^2 + \|x^TPB_2N^{-1/2}\|^2 + \left\|\int_{-\tau}^{0} N^{1/2}Rx(t+s)\,ds\right\|^2 + \\ &x^T(t)Gx(t) - x^T(t-\tau)Gx(t-\tau) \le 2x^TP(A + B_1K)x + 2x^TP(A_1 + B_2K)x(t-\tau) + \\ &x^TPB_1QB_1^TPx + \tau\int_{-\tau}^{0} x^T(t+s)Mx(t+s)\,ds + x^TPB_2NB_2^TPx + \tau\int_{-\tau}^{0} x^T(t-\tau+s)Dx(t-\tau+s)\,ds + \\ &x^T(t)Gx(t) - x^T(t-\tau)Gx(t-\tau)\end{aligned}$$

其中,Q, N 是相容维数的可逆矩阵.

令 $V_1 = \int_0^{\tau}\int_{t-\theta}^{t} x^T(s)Mx(s)\,ds\,d\theta$,则

$$\dot{V}_1 = \int_0^{\tau} [x^T(t)Mx(t) - x^T(t-\theta)Mx(t-\theta)]\,d\theta = \tau x^T(t)Mx(t) - \int_{-\tau}^{0} x^T(t+s)Mx(t+s)\,ds$$

令 $V_2 = \int_0^{\tau}\int_{t-\theta}^{t} x^T(s-\tau)Dx(s-\tau)\,ds\,d\theta$,则

$$\dot{V}_2 = \int_0^{\tau} [x^T(t-\tau)Dx(t-\tau) - x^T(t-\theta-\tau)Dx(t-\theta-\tau)]\,d\theta = \tau x^T(t-\tau)Dx(t-\tau) - \int_{-\tau}^{0} x^T(t -$$

$\tau + s)Dx(t - \tau + s)\,ds$

取 $V = V_0 + \tau V_1 + \tau V_2$，则可得

$$\frac{dV}{dt} \leqslant 2x^{T}P(A + B_1K)x + 2x^{T}P(A_1 + B_2K)x(t - \tau) + x^{T}PB_1QB_1^{T}Px + \tau^2x^{T}(t)Mx(t) + x^{T}PB_2NB_2^{T}Px + \tau^2x(t-\tau)Dx(t-\tau) + x^{T}(t)Gx(t) - x^{T}(t-\tau)Gx(t-\tau)$$

把上述不等式右边写成矩阵形式，通过 Schur 补引理，再在矩阵两边分别左乘矩阵 $diag\{P^{-1},I,I,I\}$，右乘矩阵 $\mathrm{diag}\{P^{-1},I,I,I\}$，令 $X = P^{-1}$，$Y = KP^{-1}$，可得不等式 ④ 的左边，当不等式 ④ 成立时，可得 $\dot{V} < 0$，故系统在有限时间内渐近稳定.

当系统存在不确定性时，有下面的结论成立.

定理 2　对于系统 ①，在控制器 ③ 作用下，若存在正定对称矩阵 P，G 及相容维数的矩阵 Q，N，Y，实常数 λ_1，λ_2，使得下述不等式成立，则系统是渐近稳定的，且 $K = YX^{-1}$.

$$\begin{pmatrix} \Pi & A_1X + B_2Y & PB_1 & PB_2 & PE_1 & PE_2 \\ * & -G + \tau^2D + \lambda_2H_2^{T}H_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -N & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\lambda_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\lambda_2 \end{pmatrix} < 0 \qquad ⑤$$

其中

$$\Pi = AX + B_1Y + (AX + B_1Y)^{T} + XGX + \tau^2XMX + \lambda_1XH_1^{T}H_1X$$

2　数值算例

对形如 ① 的系统，取

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \qquad A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -0.8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta A(t) = \Delta A_1(t) = \begin{pmatrix} 0.4\sin 3t & 0 \\ 0 & 0.4\cos 3t \end{pmatrix}$$

取 $E_1 = E_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$，$H_1 = H_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$，$K = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$，$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$，则在控制器

$$u(t) = Kx(t) + \int_{-\tau}^{0} Rx(t+s)\,ds$$

作用下，利用 Matlab 的 LMI 工具箱，解不等式 ⑤ 可得：存在正定对称矩阵

$$P = \begin{pmatrix} 0.188\,4 & -0.095\,6 \\ -0.095\,6 & 0.103\,4 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 0.149\,5 & -0.090\,2 \\ -0.090\,2 & 0.066\,7 \end{pmatrix}$$

及正的实常数 $\lambda_1 = 0.040\,3$，$\lambda_2 = 0.016\,3$，使得不等式⑤成立，即使得系统渐近稳定.

3　结论

本文针对具有状态时滞和输入时滞的不确定系统，没有做状态变换，而是利用系统过去的状态设计积分控制器，以弥补单纯的状态反馈控制所带来的不足. 在该控制器作用下，系统渐近稳定，且所得稳定判据是时滞依赖的，最后通过数值算例验证了该方法的正确性及控制策略的有效性.

参考文献：

[1] Niu Y，Daniel W C. Robust stabilization of uncertain input delay systems by sliding mode control for uncertain stochastic systems with time varying delay [J]. Automatic，2005，41：873.

[2] Huang C C，Tang T T. Spin line tension control in melt spinning by discrete adaptive sliding mode controllers [J]. Journal of Applied Polymer Science，2006，100(5)：3816.

[3] Mirkin B，Gntman P O. Adaptive output-feedback tracking：the case of MIMO plants with unknown time-varying state delay [J]. System & Control Letters，2009，58(1)：62.

[4] Dandach S H，Fidan B，Dasgupta S，et al. A continuous time linear adaptive source localization algorithm，robust to persistent drift [J]. System & Control Letters，2009，58(1)：7.

[5] Bekiaris-Liberis N，Krstic M. Delay-adaptive feedback for linear feed forward systems [J]. System & Control Letters，2010，59(5)：277.

[6] Paesa D，Banos A，Sagues C. Optimal reset adaptive observer design [J]. System & Control Letters，2011，60(10)：877.

[7] 吴立刚，凌明祥，王常虹，等. 自适应滑模控制具有状态和输入时滞的不确定系统 [J]. 电机与控制学报，2005，9(5)：443.

[8] 李圣涛，刘晓华. 奇异时滞系统对时滞参数的自适应控制 [J]. 计算技术与自动化，2008，28(3)：1.

[9] Kim Jin-Hoon. Delay and its time-derivative dependent robust stability of time-delayed linear systems with uncertainty [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2010，46(5)：789.