

# RSSI 曲线拟合的误差分析与分段方法

邹东尧, 郑道理, 李晨

(郑州轻工业学院 计算机与通信工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:**针对接收信号强度(RSSI)测距算法常用 Shadowing 模型在一些实际测距中固定节点受到地形等环境因素影响致使其使用受限的问题,提出了一种基于多项式分段拟合的 RSSI 测距算法.该算法利用最小二乘拟合函数法,将采样的有限个 RSSI 数据分段拟合成连续的三次多项式函数,以便更准确地模拟特定环境下的 RSSI 衰减情况.利用该算法进行实验和仿真,寻求合适的分段数和分割点,结果表明:用 2 段法进行拟合可将平均误差由 2.25 m 降低至 0.877 8 m.

**关键词:**接收信号强度;曲线拟合;最小二乘法;分段拟合

**中图分类号:**TN98 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2014.02.016

## Error analysis and ranging algorithm of RSSI polynomial piecewise fitting

ZOU Dong-yao, ZHENG Dao-li, LI Chen

(College of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the Shadowing model commonly used of received signal strength indicator(RSSI) ranging algorithm was limited due to the effect of environmental factors such as the terrain in practice, a RSSI ranging algorithm was proposed based on piecewise polynomial fitting. This method, using of least-squares fitting function, fitted the sampling of a finite number of RSSI data to a continuous piecewise cubic polynomial function, which could simulate more accurately RSSI attenuation under specific circumstances. Using this algorithm and simulation experiments to seek appropriate number of segments and split points, the results showed that the average error was decreased from 2.25 m to 0.877 8 m using two-piecewise fitting method.

**Key words:** received signal strength indicator(RSSI); curve fitting; least squares method; piecewise fitting

## 0 引言

无线传感网络定位被广泛运用于物联网技术中<sup>[1]</sup>, WSN 定位分为基于测距和非测距 2 种,其中基于测距算法包括 RSSI, TOA, TDOA 和 AOA 等<sup>[2-3]</sup>. 由于 RSSI 测距技术不需要额外的通信负担,可直接从接收信号的强度中获取距离信息,因

此降低了对节点的硬件要求,压缩了成本,更适合于大规模传感器网络.在 RSSI 技术中常用来分析信号强度分布的模型有:自由空间传播损耗模型(Free-Space)<sup>[4]</sup>和对数-常态分布模型(Shadowing)<sup>[5]</sup>. Free-Space 是基于信号在理想空间环境下的损耗模型,因此在实际运用中,常利用 Shadowing 模型进行分析.但由于特定环境下信号会受到反射

**收稿日期:**2013-12-06

**基金项目:**河南省科技厅科技攻关项目(112102210321);河南省产学研合作项目(122107000022);河南省教育厅科技攻关项目(2010B510023)

**作者简介:**邹东尧(1973—),男,河南省许昌市人,郑州轻工业学院副教授,主要研究方向为物联网定位、分布式网络.

和多径效应等影响,其损耗分布并不完全符合 Shadowing 模型<sup>[6-7]</sup>.

为了进一步改进 RSSI 测距精度,本文拟提出一种基于多项式分段拟合的 RSSI 测距算法,使之可以更真实地模拟特定环境下信号的衰减曲线,以期显著提高系统的测距精度.

## 1 RSSI 原理及最小二乘法曲线拟合

### 1.1 信号衰减模型

常用 Shadowing 模型分析无线信号的强度与传输距离的关系:

$$[P_r(d)]_{\text{dBm}} = d[P_r(d_0)]_{\text{dBm}} - 10 n \lg\left(\frac{d}{d_0}\right) \times X_{\text{dBm}}$$

其中,  $P_r(d)$  表示距离发射端为  $d$  时接收端接收到的信号强度即 RSSI 值/dBm;  $d$  为发射端与接收端之间的距离/m;  $P_r(d_0)$  为参考距离处接收到的信号功率/dBm;  $d_0$  为参考距离/m;  $n$  为与环境有关的路径损耗指数;  $X_{\text{dBm}}$  为高斯随机变量,平均值为 0. 可以看出, RSSI 值是随距离  $d$  的增加而减小的,且每一个 RSSI 值只映射一个距离值,因此可以利用已测定 RSSI 的值进行距离推算,从而实现测距. 在实际应用中,通常取  $d_0 = 1$  m,简化的模型公式为

$$[P_r(d)]_{\text{dBm}} = [-A]_{\text{dBm}} - 10 n \lg(d) \quad (1)$$

其中,  $-A$  为无线收发节点相距 1 m 时接收节点接收到的 RSSI 值.  $A$  和  $n$  都是经验值,同具体使用的硬件节点和无线信号传播的环境密切相关,因此在不同的实际环境下  $A$  和  $n$  参数不同,其测距模型不同. 当  $n = 3$ ,  $A$  取值不同时简化模型的信号衰减曲线如图 1 所示.

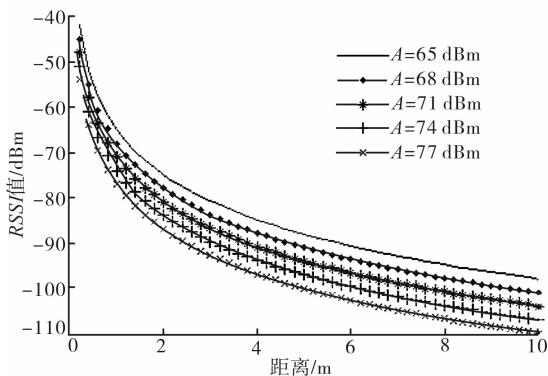


图 1 简化的 Shadowing 模型曲线

### 1.2 RSSI 数据处理

接收端在同一位置会收到多个不同 RSSI 值,一

般处理中用多次测量的均值来代替<sup>[8]</sup>. 但由于无线信号传播中会受到各种因素的干扰,所接收到的 RSSI 值服从高斯分布,高斯分布函数为

$$F(x) = \frac{1}{\delta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

每个采样点为了保证数据的精确性都要利用高斯滤波处理,采用高斯滤波法滤除 RSSI 的小概率、大干扰事件值,然后求几何均值,最终得到波动较小的数值. 具体过程为: 1) 同一地点连续采样  $N$  次得到的  $N$  个 RSSI 值,放入向量  $\mathbf{gauss}[]$  中; 2) 利用  $\mathbf{gauss}[]$  中的 RSSI 数值先后求均值  $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{gauss}[i]$  和方差  $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{gauss}[i] - \mu)^2$ ; 3) 根据均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  确定 RSSI 的选值范围  $0.6 \leq \frac{1}{\delta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}} \leq 1$  (这里选取临界值为 0.6); 4) 利用选值范围滤除不符合条件的小概率数值,计算修正后的 RSSI 均值,即高斯滤波的结果. 高斯滤波可以解决实际环境中信号传播易受干扰的问题,但是只能消除那些小概率短时的扰动,对于环境中的多径传输和反射等问题其效果并不明显.

### 1.3 最小二乘法曲线拟合

曲线拟合中的最小二乘原理: 对给定的数据点  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 在取定的函数类  $\Phi$  中, 求函数  $f(x) \in \Phi$ , 使误差公式  $e = \sum_{i=0}^m [f(x_i) - y_i]^2$  中平方和  $e$  最小.

最小二乘法曲线拟合步骤为:

1) 设采样点数为  $m$ , 采样点为  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $x_i$  处的 RSSI 值为  $y_i$ ).

2) 设拟合函数  $P(x)$  由线性无关的连续函数  $g_0(x), g_1(x), \dots, g_s(x)$  线性表示为

$$P(x) = a_0 g_0(x) + a_1 g_1(x) + \dots + a_s g_s(x)$$

其中  $a_1, a_2, \dots, a_s$  为系数.

3) 构造偏差平方和函数  $J(a_1, a_2, \dots, a_s)$ , 且

$$J = \sum_{i=0}^m [P(x_i) - y_i]^2$$

4) 构造关于  $a_1, a_2, \dots, a_s$  的线性方程组: 求函数  $J$  的最小值的必要条件, 也即求解偏导数为 0 时的  $a_1, a_2, \dots, a_s$ , 则函数  $P(x) = a_0 + a_1 g_1(x) + \dots + a_s g_s(x)$  即为求得的偏差平方和最小的拟合函数. 常用平均误差和均方误差来评价拟合函数的精准度, 平均误差和均方误差分别表示为

$$E_1 = \frac{\sum_{i=0}^m (y_i - P(x_i))}{m} \tag{2}$$

$$E_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^m (y_i - P(x_i))^2}{m}} \tag{3}$$

## 2 算法分析

### 2.1 分段拟合的必要性

由于 Shadowing 模型是信号的理想模型,对周围环境的其他干扰因素没有考虑在内.尤其当信号传输范围超过一定距离后,衰减情况严重偏离 Shadowing 模型.同时考虑到信号在较远距离上的衰减速度变缓(如图 1 所示),此时对信号强度估计的很小偏差即会造成距离上较大的误差,严重影响到距离的估计.因此,为了增加测距距离和提高测距精度,对 RSSI 曲线拟合进行分段处理来改进算法就显得非常必要.另外 Shadowing 模型拟合的结果是对数类型的函数,在硬件或软件实现中也会增加设计和计算难度.进行分段拟合时,相应的分段点的选取也会影响到整体的估计结果,本文在利用 Matlab 分析各种拟合算法对测距精度的影响基础上,再寻求最优的分段数和分段方法.

### 2.2 算法步骤

本文提出的算法步骤如下.

1)实地采集 RSSI 数据.在同一地点采集 50 次实验数据,然后进行高斯滤波,去除小概率大干扰的信号,取平均值为最终数据.高斯滤波减少了小概率、大干扰事件对整体测量的影响,提高了测距信息的准确性.

2)利用 Shadowing 模型拟合函数曲线.首先根据拟合误差判定是否需要分段拟合进行精度的提高,若该模型的误差能够满足具体测距需求,则无需进行分段处理,否则进行下一步骤.其次若采用需分段拟合方式,则可利用该模型的函数曲线进行分段分析.

3)分析衰减曲线,根据衰减程度选择段数.由于信号的衰减曲线呈现对数下降,在下降后期逐渐平缓,该阶段的拟合函数若有较小偏差就会被严重扩大.衰减曲线的这一特征决定了测距远近不同对拟合函数的要求也不相同.例如图 1 所示:若测距距离在 2 m 之内,此段函数下降速度快,RSSI 值与距离关系的区分度高,其拟合函数使用 1 段即能满足需求;

若在 6 m 之内,在 2 ~ 6 m 范围内的函数衰减幅度大致相同,适合 2 段分析法;若将测距范围扩展为 10 m,则在 6 ~ 10 m 范围内的衰减趋势相同,适合 3 段分析.为了对比不同段数对测距结果的影响程度,本文分别就 1 ~ 4 段对曲线函数进行拟合,同时考虑到计算量问题最终选择出合适的分段数.

4)分析衰减曲线,根据平滑程度和拟合误差选择分段点.步骤 3)的分段方法根据衰减曲线平缓趋势只能大致确定分段点处,为了寻求最优分段处,本文采用浮动分段处来计算不同分段点时的测距误差,从而找到误差最小的分段方式.

## 3 实验分析与验证

### 3.1 数据采集

实验选取带有 IEEE 802.15.4 通信标准的 CC2530 智能主板作为收发设备. CC2530 内嵌 RF 无线模块,当处于接收状态时可根据接收到的数据包直接计算出 RSSI 值.

选择室外无遮挡物的开阔地,固定参考节点位置并选择发送模式,发射功率设定为 4 dBm,有效通信半径为 10 m 左右.移动未知节点,并记录 RSSI 值及其与固定节点的距离,为了减小天线的非全向性对采样结果的影响采样点设置如图 2,把相同距离上 4 点经过高斯滤波的采样值相加求平均值,记录如表 1.

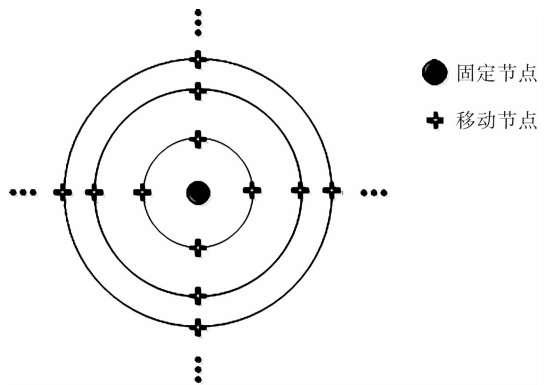


图 2 采样点设置

### 3.2 Shadowing 模型拟合

利用表 1 所测得的 23 点数据拟合 0 ~ 10 m 范围内 RSSI 的衰减函数,首先使用常用的 Shadowing 模型拟合.

根据公式 ① 设拟合函数为

$$P(x) = a_1 - 10a_2 \lg(x)$$

利用最小曲线拟合得到系数  $a_1 = -78.2, a_2 =$

2.31, Shadowing 模型拟合函数为

$$P(x) = -78.2 - 23.1 \lg(x)$$

表1 实验数据

距离/m	RSSI/dBm	距离/m	RSSI/dBm
0.14	-56.1	2.10	-87.0
0.20	-61.0	2.53	-90.1
0.24	-64.0	3.10	-91.0
0.30	-67.0	3.50	-93.3
0.40	-69.0	4.50	-95.0
0.50	-72.0	5.05	-96.6
0.73	-74.0	5.48	-93.0
0.97	-76.0	6.70	-96.1
1.08	-78.0	7.50	-96.0
1.27	-80.0	7.57	-97.0
1.40	-87.0	9.24	-97.7
1.62	-83.4		

拟合曲线如图3所示. 根据公式②③求出拟合误差: 平均误差为1.6280, 均方误差为3.9460.

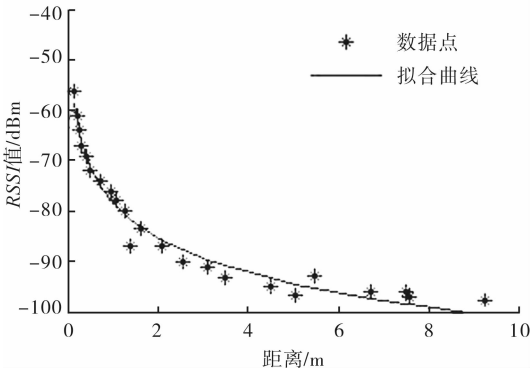


图3 Shadowing 模型拟合结果

由图3可知随着距离增加, 误差越大, 实际数据偏离模型曲线越严重, 当超过一定距离时 Shadowing 模型已经不再适用.

3.3 最小二乘多项式拟合

无线信号在实际传输中, 总会受到环境中各种因素的干扰. 不同的应用环境受到的干扰不相同, 即使同一信号在同一环境中不同位置的衰减程度也有差别, 多径效应也会造成在有些区域信号的衰减并不随距离增加而增大<sup>[9]</sup>. 各种因素对信号传输的影响使得实际信号的衰减情况与 Shadowing 模型曲线相差很大. 由于固定节点周围环境一般变化不大, 因此利用多项式函数进行拟合可以弥补 Shadowing 模型的不足.

设拟合函数为3阶多项式为

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

1) 整体拟合. 将表1中数据进行整体三次多项式最小二乘拟合, 得到多项式系数为  $a_0 = -59.8$ ,  $a_1 = -19.8$ ,  $a_2 = 3.5$ ,  $a_3 = -0.197$ . 拟合函数为

$$P(x) = -59.8 - 19.8x + 3.5x^2 - 0.197x^3$$

平均误差为1.7760, 均方误差为2.3780.

2) 分2段拟合. 为保持曲线平滑分割点尽量选取变化幅度相对较小的点, 如图3所示, 选取前13点为第1段, 后20点为第2段, 分别对2段进行拟合得到函数为

$$P(x) = \begin{cases} -53.28 - 45.43x + 25.18x^2 - 5.38x^3 & 0 < x < 2.1 \\ -71 - 10.85x + 1.61x^2 - 0.08x^3 & 2.1 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

平均误差为1.2963, 均方误差为1.6897.

3) 分3段拟合. 选取变化幅度较小的点为分割点, 将数据分为3段. 第1段: 0.14 ~ 0.97 m; 第2段: 0.97 ~ 3.5 m; 第3段: 3.5 ~ 9.24 m. 结果为

$$P(x) = \begin{cases} -42.2 - 124x + 169x^2 - 79.4x^3 & 0.14 < x \leq 0.97 \\ -40.7 - 54.5x + 21.3x^2 - 2.91x^3 & 0.97 < x \leq 3.5 \\ -72.7 - 9.84x + 1.43x^2 - 0.07x^3 & 3.5 < x \leq 10 \end{cases}$$

平均误差为0.9549, 均方误差为1.4243.

4) 分4段拟合. 将数据分为4段. 第1段: 0.14 ~ 0.4 m; 第2段: 0.4 ~ 2.1 m; 第3段: 2.1 ~ 4.5 m; 第4段: 4.5 ~ 9.24 m. 结果为

$$P(x) = \begin{cases} -41.8 - 109.48x + 26.55x^2 + 193x^3 & 0.14 \leq x < 0.4 \\ -68.2 + 1.24x - 15.72x^2 + 5.19x^3 & 0.4 \leq x < 2.1 \\ -59.32 - 21.8x + 4.93x^2 - 0.41x^3 & 2.1 \leq x < 4.5 \\ -138.96 + 20.33x - 2.99x^2 + 0.14x^3 & 4.5 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

平均误差为0.7329, 均方误差为1.4200.

由 Shadowing 模型拟合、整体拟合、分段(2段、3段、4段)拟合这3种拟合方式的平均误差可知, Shadowing 模型拟合的精度比整体拟合的精度高, 但比2段拟合精度低; 随着分割段数的增加, 拟合的精度会不断提高, 但精度提高的代价是计算量的大幅

增加,故选取2段拟合.

### 3.4 最优分割点的选取

以上实验中将数据进行分段拟合,其分割点的选取采用变化幅度相对较小的点.为了精确找到最优分割点使得算法误差最小,使用2段拟合法,变换分割点并计算相应拟合误差,结果如图4所示.由图4可知定位误差随分割点距离的增加先减小后增大.分割点选在0.7~1.5 m范围内时误差较小,其中平均误差和均方误差的最小点在距离为1.4 m处,此时平均误差为0.877 8 m.

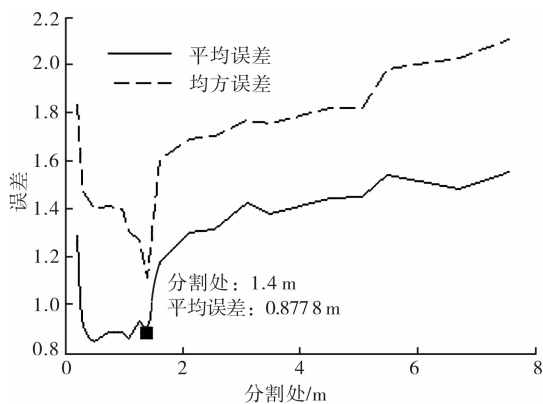


图4 2段拟合的分割点与误差情况

## 4 结语

本文根据一些WSN中固定节点环境相对特殊和稳定的特点,利用分段的最小二乘多项式拟合固定节点附近的RSSI衰减情况.通过实地采集数据和

仿真实验,分别比较了Shadowing模型和各种分段的拟合的误差.最后用2段法进行拟合,并寻找到最优分割点,在此分割点上分段,仿真结果证明,采用该算法可将平均误差由Shadowing模型的2.25 m降低至0.877 8 m.因此,可满足大多数WSN基于距离定位的需求.

### 参考文献:

- [1] 任秀丽,韩静晶.基于无线传感网的海洋监测节点定位算法[J].计算机应用,2012,32(10):2692.
- [2] 薛皓,万江文,冯仁剑.基于TinyOS的TDOA测距误差修正方法[J].北京邮电大学学报,2008,31(1):22.
- [3] 邹东尧,孙辉,郑道理,等.基于锚节点等边三角形分布的质心定位算法研究[J].郑州轻工业学院学报:自然科学版,2013,28(5):54.
- [4] 王焱,单欣欣,姜伟.无线传感网络中移动节点定位技术研究[J].传感器技术学报,2011,24(9):1326.
- [5] 方震,赵湛,郭鹏,等.基于RSSI测距分析[J].传感技术学报,2007,20(11):2526.
- [6] 章坚武,张璐,应瑛,等.基于ZigBee的RSSI测距研究[J].传感技术学报,2009(2):285.
- [7] 万国峰,钟俊,杨成慧.改进的RSSI测距和定位算法[J].计算机应用研究,2012,29(11):4157.
- [8] 陈良泽.用矩阵运算实现曲线拟合中的最小二乘法[J].传感器技术,2001,20(2):30.
- [9] 何林娜.数字移动通信技术[M].北京:机械工业出版社,2010:7-8.