

变绳长三维吊车系统动力学模型构建

吕志

(商丘师范学院 物理与电气信息学院, 河南 商丘 476000)

摘要:建立了桥式起重机变绳长三维吊车系统的动力学数学模型. 该模型在桥式起重机设立坐标系时,选取系统目标控制变量作为坐标系的变量值,运用运动学基本原理分析小车的坐标位置,通过拉格朗日方程建立模型. 该模型不仅将模型变量与控制目标变量对应起来,而且将系统的三维运动以及由这些运动导致的抓斗摆角的变化考虑其中. 仿真结果表明,模型具有简单、直观、效果好等特性.

关键词:桥式起重机;变绳长三维吊车系统;动力学模型;Matlab

中图分类号:TH21 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2014.02.022

Dynamic model establishment of the variable rope length cable 3D crane system

LYU Zhi

(School of Physics and Electrical Information Engineering, Shangqiu Normal University, Shangqiu 476000, China)

Abstract: A dynamic mathematical model of the variable rope length cable 3D crane system of bridge crane was proposed based on Matlab. It in the process of building coordinate system, chose the goal control variables as the variable of the coordinate system, analysed the coordinates of the location and was based on Lagrange equations. The variable of model was not only linked with the variable of control, but the changing of grabbing buckets' place caused by crane system was considered. The simulation results showed that the dynamic mathematical model was simple and tracking quickly.

Key words: bridge crane; variable rope length cable 3D crane system; dynamic model; Matlab

0 引言

桥式起重机是机械工程领域中一个重要的运载工具,广泛应用于各种工业场所,桥式起重机系统是一种典型的欠驱动机械系统^[1-3]. 吊车系统在吊运过程中,货物不可避免地要出现摆动现象,尤其是在外部环境干扰较大的情况下更是如此. 这种摆动将给生产带来危害与不利,如损坏货物、伤害地面工作人员、降低生产效率等. 针对起重机的这一现象,国内外学者对其防摆与定位控制做了大量

研究. 为了对其进行准确防摆与定位控制,建立精确、计算简便而又能便于理解的数学模型是十分必要的.

根据工业领域的不同要求,起重机工作的复杂程度也不尽相同,一般可分为三维运动、二维运动和一维运动3种运动状态. 其中三维运动是工业领域中要求最多、最普遍存在的一种,同时也是最复杂的一种起重机系统. 为了便于研究,很多学者都将起重机的三维模型通过给定绳长简化处理为一维模型和二维模型,因此对变绳长三维吊车系统建

立精确、便于理解和计算的数学模型是十分重要的.

在对起重机建模方面有突出贡献的国外学者如 H. Park 等^[3]利用拉格朗日方程建立了二维桥式吊车的非线性模型;H. H. Lee^[4]通过分析系统的物理模型并对其受力分析推导出了吊车系统的三维数学模型,为后人在建模方面开辟了思路,在起重机系统控制研究方面打下了基础.高炳团^[5]利用拉格朗日方程完成了对龙门吊车系统的三维建模,然而在建模时仅考虑了便于对模型的简化,未将控制思想考虑在内.

本文拟建立桥式起重机的数学模型,同时考虑系统之后的控制问题,以利于控制的实现与理解^[6];然后对建立的起重机模型进行数字仿真实验,以便与文献^[5]仿真结果进行比较,验证其一致性、正确性.

1 桥式起重机变绳长吊车系统的数学建模

1.1 起重机系统概述

起重机系统是一个典型的欠驱动机械系统,系统本身与外部环境变化等因素的影响使变绳长吊车系统更加复杂.主要体现在吊车系统中钢丝绳的柔性,使抓斗与重物易产生摆动现象,加之各种因素的影响,如风速变异、系统之间摩擦的不稳定性,使抓斗与重物的摆动现象更加难以分析.

为了便于分析,对桥式起重机变绳长吊车系统的运动进行抽象考虑,可得到如图 1 所示的物理模型.图 1 中,负载通过绳索与天车相连, l 表示绳索的长度.小车在作用力 f_x 作用下沿 x 方向运动,在作用力 f_y 作用下沿 y 方向运动,这样通过控制天车水平方向上的运动就可以实现对悬挂的负载水平方向上的控制.此外,负载在作用力 f_l 的作用下进行升降运动即改变绳长的运动.

在工作过程中,天车的运动和绳索的升降都会引起负载的摆动,负载摆动的大小和方向可通过 θ_x 和 θ_y 来表示.易知在三维桥式吊车系统中 f_x, f_y, f_l 是控制输入量, $x, y, l, \theta_x, \theta_y$ 是目标控制的状态量,显然此系统是控制输入量少于目标控制状态量的激励不足的欠驱动系统.为了分析其本质,必须对该变绳长吊车系统做简化处理,同时由于 Matlab 语言识别能力与人的习惯识别能力有差别,现给定建模过程中需要引用的模型参数的 Matlab 语言符号和其对应的识别与理解的通用符号,以及基于实际

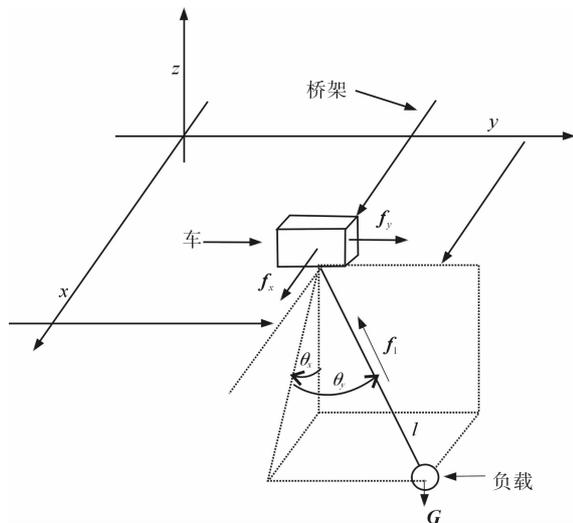


图 1 桥式起重机模型图

样机比例缩小的系统参数值,被简化后的系统参数量及其符号和物理意义如下:

小车及导轨质量 x 方向分量 $M_x = 100 \text{ kg}$;

小车及导轨质量 y 方向分量 $M_y = 100 \text{ kg}$;

m 为抓斗及重物质量;

x 为抓斗水平 x 方向位移;

\dot{x} 为抓斗水平 x 方向速度;

\ddot{x} 为抓斗水平 x 方向加速度;

y 为抓斗水平 y 方向位移;

\dot{y} 为抓斗水平 y 方向速度;

\ddot{y} 为抓斗水平 y 方向加速度;

l 为钢丝绳伸长度;

\dot{l} 为钢丝绳起升速度;

\ddot{l} 为钢丝绳起升加速度;

θ_x 为抓斗 x 方向摆角;

$\dot{\theta}_x$ 为抓斗 x 方向摆角速度;

$\ddot{\theta}_x$ 为抓斗 x 方向摆角加速度;

θ_y 为抓斗 y 方向摆角;

$\dot{\theta}_y$ 为抓斗 y 方向摆角速度;

$\ddot{\theta}_y$ 为抓斗 y 方向摆角加速度;

f_x 为系统受 x 方向力;

f_y 为系统受 y 方向力;

f_l 为系统受钢丝绳方向力;

g 为重力加速度.

1.2 起重机系统的运动学分析

欠驱动桥式起重机系统是由小车沿纵梁 y 在 y 方向上的水平运动、小车沿横梁 x 在 x 方向上的水平运动、钢丝绳沿垂直方向上的运动和抓斗以小车

为支点的三位摆动组成的复杂系统(如图1所示)。选取系统定位目标控制变量作为坐标系的变量值,建立起桥式起重机的动力学数学模型。该方法不但考虑了模型变量与控制目标变量的对应,而且考虑了系统三维运动以及由这些运动导致的钢丝绳长及抓斗摆角变化情况。

对起重机系统建立相应的坐标系,设抓斗及重物质量为 m ,其坐标位置为 (x, y, z) ,小车及轨道质量由 M_x, M_y 组成,其坐标位置 $(x_M, y_M, 0)$ 。由系统运动学推导出,系统受到的外力有驱动力 f_x, f_y 钢丝绳起升力 f_l 。

由图1所示的坐标系可知,抓斗重物的位置坐标和小车的位置坐标分别为

$$\begin{aligned} x_m &= x & y_m &= y & z_m &= -l\cos\theta_x\cos\theta_y \\ x_M &= x - l\sin\theta_x\cos\theta_y & y_M &= y - l\sin\theta_x\cos\theta_y & z_M &= 0 \end{aligned}$$

对负载物重和小车进行运动学分析,分别对上式进行求导可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= \dot{x} & \dot{y}_m &= \dot{y} \\ \dot{z}_m &= -\dot{l}\cos\theta_x\cos\theta_y + l\sin\theta_x\cos\theta_y\dot{\theta}_x + l\sin\theta_y\cos\theta_x\dot{\theta}_y \\ \dot{x}_M &= \dot{x} - \dot{l}\sin\theta_x\cos\theta_y - l\dot{\theta}_x\cos\theta_x\cos\theta_y + l\dot{\theta}_y\sin\theta_x\cos\theta_y \\ \dot{y}_M &= \dot{y} + \dot{l}\sin\theta_y + l\dot{\theta}_y\cos\theta_y & \dot{z}_M &= 0 \end{aligned}$$

以上方程即为起重机完整的运动学方程,它将起重机抓斗坐标及相对小车的摆角等,系统目标控制的输出变量与系统直接控制的输入变量及小车坐标联系起来,基于系统的耦合作用,通过控制小车这些输入变量,间接地控制抓斗这一输出变量。

1.3 起重机系统的动力学分析

欠驱动桥式起重机系统是控制输入量少于系统被控输出量的非完整性约束的机械系统。系统只能利用其内部主、被动关节的动力学耦合作用,通过恰当的控制策略使欠驱动系统实现期望运动,因此系统的输入与输出不能建立一一对应的关系。基于此,本文采用拉格朗日力学的方法建立动力学模型,也就是基于起重机运动时的能量来进行。这种方法仅需计算起重机的动能和势能,因而与牛顿-欧拉方程的方法相比更加简洁,而且还能够充分反映起重机的动力学结构特征。

拉格朗日的普遍形式为

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$$

其中, $T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2$ 为质点系的动能, q_k 为质点系的广义坐标, k 为质点系的自由度系数, Q_k 为广义力。

于是变绳长吊车系统的动能可表示为

$$T = \frac{1}{2}(M_x \dot{x}^2 + M_y \dot{y}^2) + \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$T_m = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + (-l\cos\theta_x\cos\theta_y)^2]$$

$$T_M = \frac{1}{2} M_x (\dot{x} - \dot{l}\sin\theta_x\cos\theta_y - l\dot{\theta}_x\cos\theta_x\cos\theta_y + l\dot{\theta}_y\sin\theta_x\sin\theta_y)^2 + \frac{1}{2} M_y (\dot{y} + \dot{l}\sin\theta_y + l\dot{\theta}_y\cos\theta_y)^2$$

整理可得

$$T = \frac{1}{2}(M_x + m)x^2 + \frac{1}{2}(M_y + m)y^2 + \frac{1}{2}ml^2 + \frac{1}{2}M_y l^2 \dot{\theta}_y^2 \cos^2\theta_y - M_x(l\dot{l}\sin\theta_x\cos\theta_y + l\dot{\theta}_x\cos\theta_x\cos\theta_y -$$

$$l\dot{\theta}_y\sin\theta_x\sin\theta_y)\dot{x} + M_y(l\dot{l}\sin\theta_y + l\dot{\theta}_y\cos\theta_y)\dot{y}$$

由图1取 $(x, y, l, \theta_x, \theta_y)$ 组成系统的广义坐标系对系统进行分析,可建立三维吊车系统的拉格朗日方程组

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = f_x \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial T}{\partial y} = f_y \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{l}}\right) - \frac{\partial T}{\partial l} = f_l - mg\cos\theta_x\cos\theta_y \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_x}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_x} = -mgl\sin\theta_x\cos\theta_y \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_y}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_y} = -mgl\cos\theta_x\sin\theta_y \end{cases}$$

因此系统动力学模型可表描述为

$$\begin{cases} f_x = (M_y + m)(\ddot{x} - M_x l\cos\theta_x\cos\theta_y\ddot{\theta}_x + M_x l\sin\theta_x\sin\theta_y\ddot{\theta}_y - M_x\sin\theta_x\cos\theta_y\ddot{l} + 2M_x l\cos\theta_x\sin\theta_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - 2M_x\cos\theta_x\cos\theta_y\dot{\theta}_x\dot{l} + 2M_x\sin\theta_x\sin\theta_y\dot{\theta}_y + M_x l\sin\theta_x\cos\theta_y\dot{\theta}_y^2 + M_x l\sin\theta_x\cos\theta_y\dot{\theta}_x^2) \\ f_y = (M_y + m)\ddot{y} + M_y\ddot{l}\sin\theta_y + M_y l\dot{\theta}_y\cos\theta_y + 2M_y l\dot{\theta}_y\cos\theta_y - M_y\dot{\theta}_y^2\sin\theta_y \\ f_l = M_x\ddot{x}\sin\theta_x\cos\theta_y + M_y\ddot{y}\sin\theta_y + (M_x + M_y)\ddot{l} - M_x l\dot{\theta}_x^2\cos^2\theta_y - M_y\dot{\theta}_y^2\sin^2\theta_y\ddot{x}\cos\theta_x\cos\theta_y + l\ddot{\theta}_x\cos^2\theta_y - 2l\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\sin\theta_x\cos\theta_y + 2l\dot{\theta}_x\cos^2\theta_x + g\sin\theta_x\cos\theta_y = 0 \\ \ddot{x}\sin\theta_x\sin\theta_y - \ddot{y}\cos\theta_y - l\ddot{\theta}_y - 2l\dot{\theta}_y - l\dot{\theta}_x^2\sin\theta_x\cos\theta_y - g\sin\theta_y\cos\theta_x = 0 \end{cases}$$

根据欠驱动机械特性:对于定义在空间位形流形 Q 上的一个动力学系统方程,设 $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n, \dot{\mathbf{q}}_1, \dots, \dot{\mathbf{q}}_n)$ 为定义在切空间集合 $M = T(Q)$ 上的局部坐标, $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ 分别表示系统坐标向量、速度向量、加速度向量. 假设系统存在 $1 \leq m < n$ 个独立的控制输入,也就是说其具有小于自由度数目的控制输入. 可将 $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n)$ 分解为 $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$, $\mathbf{q}_1 \in R^m, \mathbf{q}_2 \in R^{n-m}$, 向量 \mathbf{q}_1 表示有驱动自由度, 向量 \mathbf{q}_2 表示无驱动自由度.

以上方程即为桥式起重机的动力学方程,同时动力学方程组也可用数学矩阵模型来表示:

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{M}_2(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{F}_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_3(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{M}_4(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{F}_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \quad (2)$$

其中, 向量 \mathbf{q}_1 表示有驱动自由度; 向量 \mathbf{q}_2 表示无驱动自由度; \mathbf{u} 表示系统控制输入; $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{M}_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 是对称、正定的惯性矩阵, 分别为

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} M_x + m & 0 & -M_x \sin\theta_x \cos\theta_y \\ 0 & M_y + m & M_y \sin\theta_y \\ M_x \sin\theta_x \cos\theta_y & M_y \sin\theta_y & M_x + M_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} -M_x l \cos\theta_x \cos\theta_y & M_x l \sin\theta_x \sin\theta_y \\ 0 & M_y l \cos\theta_y \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} -M_x l \cos\theta_x \cos\theta_y & 0 & 0 \\ M_y l \sin\theta_x \sin\theta_y & M_y l \cos\theta_y & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_4 = \begin{bmatrix} -M_x l^2 \cos^2\theta_y & 0 \\ 0 & -M_y l^2 \end{bmatrix}$$

从方程矩阵模型中可以看出, 方程(1)定义了3个完全驱动自由度的线性动力学方程, 方程(2)定义了2个无驱动自由度的动力学方程, 其中包括加速度函数项. 由于系统中存在着2个无驱动自由度, 对于机械系统整体而言, 是欠驱动的机械系统. 由(2)可知该系统就存在2个对于加速度的完全不可积约束, 该系统为二阶非完整系统.

2 仿真实验

通过选取系统目标控制变量作为坐标系的变量值建立的数学模型方程, 不仅将模型变量与控制目标变量对应起来, 而且还将系统的三维运动以及由这些运动导致的抓斗摆角的变化考虑其中. 为了验证这一方法得到的数学模型的正确性, 使结果和模型更具可行性, 本文选用 Matlab 中的 Simulink 模块工具进行仿真实验. 在对系统仿真过程中, 设定

参数为: 各个部分的等效质量 $M_x = 100 \text{ kg}, M_y = 50 \text{ kg}, m = (100 \sin(x) + 100) \text{ kg}$; 输入量 f_x, f_y 为单位阶跃力; f_l 输入量为 0; 系统初始状态为 $(x, \dot{x}, y, \dot{y}, l, \dot{l}, \theta_x, \dot{\theta}_x, \theta_y, \dot{\theta}_y) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$.

将设定好的各个参数输入搭建好的系统模型中, 运行仿真系统, 经过调试, 实验可得到该模型系统的仿真结果图, 见图 2—图 4.

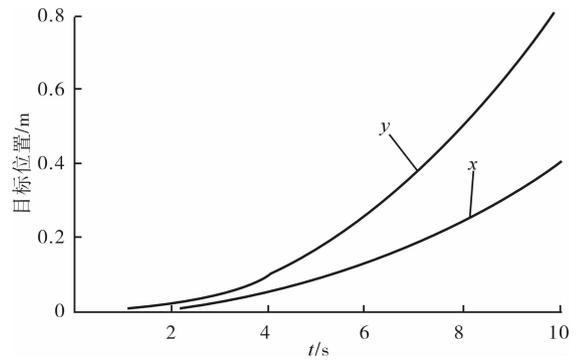


图 2 小车位置曲线

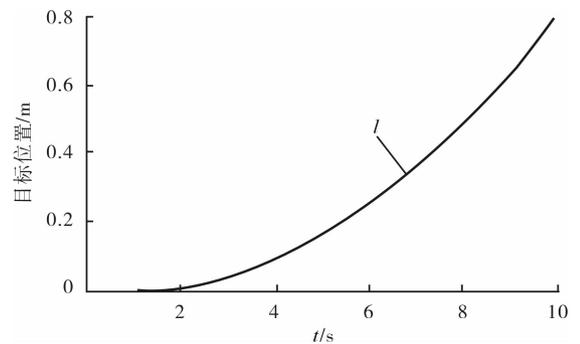


图 3 绳长曲线

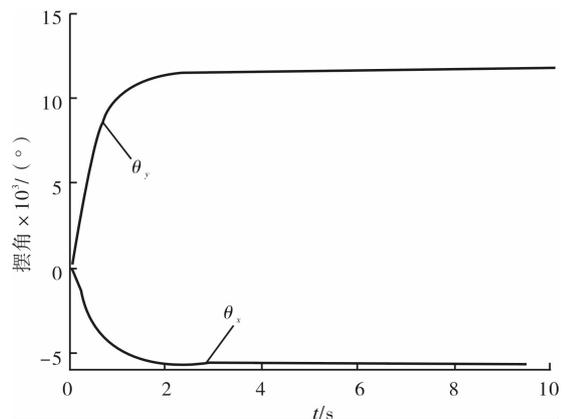


图 4 负载摆角

从仿真结果可以看出: 在给定的条件下, 小车位置在 x 方向和 y 方向都将缓慢增加, 而且根据工厂的现状, 起重机系统中主梁的质量要大于小车的

质量,因而 y 方向位置增加较慢;抓斗及负载的摆角在短暂变化后逐渐趋向一个稳定值,而且质量小的最终的摆动角度较大. 仿真结果与预先分析的结果相符合,因此可证明建立的该数学模型方程具有可行性.

3 结论

本文利用选取系统目标控制变量作为坐标系的变量值,运用运动学基本原理分析出小车的坐标位置,然后通过拉格朗日方程,建立起桥式起重机的动力学数学模型,其本质和特性与文献[5]直接利用拉格朗日方程所建立起的数学模型的本质特性具有一致性. 本文所建立的数学模型,在反应起重器抓斗与重物的定位与摆动过程中更具有直观性,更能体现所研究的目标变量,为以后更精确地控制起重器抓斗与重物的定位和防摆奠定了基础,该模型具有简单、直观、效果好等特性.

(上接第90页)

- [5] Hwang S D, Kwon H G, Cho H H. Local heat transfer and thermal performance on periodically dimple-protrusion patterned walls for compact heat exchangers[J]. *Energy*, 2010, 35(12): 5357.
- [6] Isaev S, Kornev N, Leontiev A, et al. Influence of the reynolds number and the spherical dimple depth on turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53(1): 178.
- [7] Chang S, Liou T M, Lee T H. Thermal performance comparison between radially rotating ribbed parallelogram channels with and without dimples[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, 55(13): 3541.
- [8] Mahmood G, Ligrani P. Heat transfer in a dimpled channel: combined influences of aspect ratio, temperature ratio, reynolds number, and flow structure[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, 45(10): 2011.
- [9] 樊菊芳,何雅铃,陶文铨. 球突翅片表面的数值模拟和特性分析[J]. *工程热物理学报*, 2008, 29(11): 1921.

参考文献:

- [1] 王晓军,邵惠鹤. 基于模糊的桥式起重机的定位和防摆控制研究[J]. *系统仿真学报*, 2005, 17(4): 936.
- [2] 王克琦. 桥式起重机的定位和防摆控制研究[J]. *系统仿真学报*, 2007, 19(8): 1799.
- [3] Park H, Chwa D, Hong K. A feedback linearization control of containers cranes: varying rope length[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2007, 5(4): 379.
- [4] Lee H H. Modeling and control of a three-dimensional overhead crane[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1998, 120: 471.
- [5] 高丙团. 龙门吊车系统的动力学建模[J]. *计算机仿真*, 2006, 23(2): 50.
- [6] 吕志. 基于部分解耦与模糊控制的变绳长三维吊车系统防摆与定位控制研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2011.
- [10] Fan Q, Yin X. 3-D numerical study on the effect of geometrical parameters on thermal behavior of dimple jacket in thin-film evaporator[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2008, 28(14): 1875.
- [11] Elyyan M A, Tafti D K. A novel split-dimple interrupted fin configuration for heat transfer augmentation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, 52(5): 1561.
- [12] 宋伟明,孟继安,李志信. 空冷器球突翅片换热与不可逆性分析[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 2010(7): 1104.
- [13] 吴学红,崔帅,苟秋平,等. 球突翅片的传热流动特性及等效热阻数值分析[J]. *工业加热*, 2012, 41(1): 43.
- [14] 吴学红,崔帅,罗志明,等. 球突翅片传热性能优化设计[C]//中国工程热物理年会,东莞:[s. n.], 2012.
- [15] 吴学红,苟秋平,吕彦力,等. 半球突开缝翅片传热特性模拟及(火积)分析[J]. *工程热物理学报*, 2013, 34(1): 153.
- [16] 苟秋平,吴学红,吕彦力,等. 复合翅片传热与流动特性的数值模拟[J]. *热科学与技术*, 2011, 10(4): 317.