文章编号:2095-476X(2014)02-0102-03

Lurie 复杂网络混沌系统的滑模变结构控制

毛北行[1], 李新芳[2]

(1. 郑州航空工业管理学院 数理系, 河南 郑州 450015;
2. 河南机电高等专科学校 基础部, 河南 新乡 453003)

摘要:研究了 Lurie 复杂网络混沌系统的滑模变结构控制问题,构造了2类 Lurie 的驱动响应动态网络模型.基于 Lyapunov 稳定性理论说明了 Lurie 混沌系统在滑模变结构方法下是同步的.

关键词:Lurie 复杂网络混沌系统;滑模变结构控制;Lyapunov 稳定性理论

中图分类号:O482.4 **文献标志码**:A DOI:10.3969/j.issn.2095-476X.2014.02.025

Sliding mode variable structure control of Lurie complex network chaos system

MAO Bei-xing[1], LI Xin-fang[2]

(1. *Department of Mathematics and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou* 450015, *China*;
2. *Department of Basic, He'nan Mechanical and Electronical Engineering College, Xinxiang* 453003, *China*)

Abstract: The problem of sliding mode variable structure control of Lurie complex network chaos systems was studied. Two drive-response dynamical modes of Lurie complex networks was founded. It was proved that Lurie chaotic systems was synchronized using sliding mode control synchronization approach based on Lyapunov stable theory.

Key words: Lurie complex network chaos system; sliding mode variable structure control; Lyapunov stable theory

0 引言

混沌同步一直是非线性科学领域的热点研究问题之一,自 L. M. Pecora 和 T. L. Carroll 于1990年代提出混沌系统的完全同步方法以来,混沌同步研究取得了巨大的进展,例如完全同步、相同步、耦合同步、滞后同步、广义同步、投影同步等[1-8].近年来,混沌同步的应用从物理学迅速扩展到自动化控制、复杂网络以及保密通信等领域.

Lurie 系统包含控制系统中多种非线性环节,能够概括工程问题中的许多实际问题,因而其研究引起了国内外学者的广泛兴趣.文献[9]研究了一类 Lurie 系统的自适应混沌同步;文献[10]研究了 Lurie 系统的脉冲控制问题,该方法所需的代价小、性能可靠;文献[11]基于单向耦合原理研究了 Lurie 系统的修正函数投影同步问题.滑模变结构控制作为控制系统的一种综合方法,是解决连续与离散、线性与非线性、时变与定常、确定与不确定系统相关问题的有力工具,在机器人控制、飞机自适应控制、卫星姿态控制、机电系统控制以及电力系统控

收稿日期:2013-11-27

基金项目:国家自然科学基金项目(51072184);国家自然科学基金数学天元基金项目(11226337);航空基金项目(2013ZD55006);郑州航空工业管理学院青年基金项目(2012113004)

作者简介:毛北行(1976—),男,河南省洛阳市人,郑州航空工业管理学院副教授,主要研究方向为复杂网络与混沌同步.

制等方面都发挥了很大的作用. 文献[12]研究了一类非线性输入的受扰复杂网络控制系统的滑模控制问题,但关于 Lurie 复杂网络混沌系统的滑模控制的研究结果还不多见. 鉴于此,本文研究 Lurie 复杂网络混沌系统的滑模变结构控制问题,构造 2 类 Lurie 驱动响应动态网络模型,并基于 Lyapunov 稳定性理论说明 Lurie 混沌系统在滑模变结构方法下是同步的.

1　主要结果

考虑一类 Lurie 复杂网络混沌系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t) \qquad ①$$

其中,$\boldsymbol{x}_i(t)$ 为网络第 i 个节点的状态向量,$i=1,2,\cdots,N$;$\boldsymbol{C}$ 为适当维数的常数矩阵的矩阵元;$f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))$ 为非线性函数;$\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 表示响应网络的非线性耦合配置矩阵;σ_i 反映了网络的拓扑结构和节点的耦合强度.

其对应的响应系统为

$$\dot{y}_i(t)=f(\boldsymbol{C}y_i(t))+\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}y_j(t)+u_i(t) \qquad ②$$

其中,$u_i(t)$ 为加在第 i 个节点上的控制器,$\hat{\sigma}_i$ 是对 σ_i 的估计值.

定理1　设计控制律 $u_i(t)=-\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}})+f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))-f(\boldsymbol{C}y_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)-K_ie_i(t)$ 和自适应律 $\dot{\hat{\sigma}}_i=-(a_{ij}y_j(t))^{\mathrm{T}}s_i(t)$,构造切换函数 $s(t)=e_i(t)+K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$,系统①与②是滑模变结构混沌同步的,其中 $\eta_i>0$.

证明　定义系统误差为 $e_i(t)=y_i(t)-\boldsymbol{x}_i(t)$,则其导数为

$$\begin{aligned}\dot{e}_i(t)&=\dot{y}_i(t)-\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=\\&f(\boldsymbol{C}y_i(t))-f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))+\\&\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}y_j(t)-\sigma_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)+u_i(t)\end{aligned}$$

选取切换函数 $s(t)=e_i(t)+K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$,系统满足滑模运动需满足条件

$$s(t)=e_i(t)+K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau=0 \qquad ③$$

$$\dot{s}(t)=\dot{e}_i(t)+K_ie_i(t)=0 \qquad ④$$

由③④可得

$$\dot{e}_i(t)=-Ke_i(t) \qquad ⑤$$

选取 $K_i>0$,很容易得到系统⑤渐稳.

设计控制律 $u_i(t)=-\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}})+f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))-f(\boldsymbol{C}y_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)-K_ie_i(t)$ 和自适应律 $\dot{\hat{\sigma}}_i=-(a_{ij}y_j(t))^{\mathrm{T}}s_i(t)$,构造 Lyapunov 函数

$$V(t)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}s_i^{\mathrm{T}}(t)s_i(t)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i(t)\hat{\sigma}_i^{\mathrm{T}}(t)$$

对其求导得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&=\sum_{i=1}^{N}s_i^{\mathrm{T}}(t)[\dot{e}_i(t)+K_ie_i(t)]+\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i\dot{\hat{\sigma}}_i^{\mathrm{T}}=\\&\sum_{i=1}^{N}s_i^{\mathrm{T}}(t)[\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}y_j(t)-\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}}(t))]+\\&\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i\dot{\hat{\sigma}}_i^{\mathrm{T}}=-\sum_{i=1}^{N}\eta_is_i^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}}(t))=\\&-\sum_{i=1}^{N}\eta_i|s_i^{\mathrm{T}}|<0\end{aligned}$$

考虑 Lurie 复杂网络

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}g(\boldsymbol{x}_j(t)) \qquad ⑥$$

其中 $g(\boldsymbol{x}_j(t))$ 为系统网络耦合的非线性函数.

其对应的响应系统为

$$\dot{y}_i(t)=f(\boldsymbol{C}_iy_i(t))+\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N}g(y_j(t))+u_i(t) \qquad ⑦$$

定理2　设计控制律 $u_i(t)=-\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}})+f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))-f(\boldsymbol{C}y_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}g(\boldsymbol{x}_j(t))-K_ie_i(t)$ 和自适应律 $\dot{\hat{\sigma}}_i=-(g(y_j(t)))^{\mathrm{T}}s_i(t)$,构造切换函数 $s(t)=e_i(t)+K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$,系统⑥与⑦是滑模变结构混沌同步的,其中 $\eta_i>0$.

证明　定义系统误差为 $e_i(t)=y_i(t)-\boldsymbol{x}_i(t)$,其导数为

$$\begin{aligned}\dot{e}_i(t)&=\dot{y}_i(t)-\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=\\&f(\boldsymbol{C}y_i(t))-f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))+\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N}g(y_j(t))-\\&\sigma_i\sum_{j=1}^{N}g(\boldsymbol{x}_j(t))+u_i(t)\end{aligned}$$

构造切换函数

$$s(t)=e_i(t)+K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$\dot{s}(t)=\dot{e}_i(t)+K_ie(t)$$

设计控制律 $u_i(t)=-\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}})+f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t))-f(\boldsymbol{C}y_i(t))+\sigma_i\sum_{j=1}^{N}g(\boldsymbol{x}_j(t))-K_ie_i(t)$ 和自适应律

$\dot{\hat{\sigma}}_i = -(g(y_j(t)))^{\mathrm{T}} s_i(t)$,构造 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} s_i^{\mathrm{T}}(t)s_i(t) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i(t)\hat{\sigma}_i^{\mathrm{T}}(t)$$

对其求导得到

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^{N} s_i^{\mathrm{T}}(t)[\dot{e}_i(t) + K_i e_i(t)] + \sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i\dot{\hat{\sigma}}_i^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{N} s_i^{\mathrm{T}}(t)[\hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{N} g(y_j(t)) - \eta_i \mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}}(t))] + \sum_{j=1}^{N}\hat{\sigma}_i\dot{\hat{\sigma}}_i^{\mathrm{T}} = -\sum_{j=1}^{N}\eta_i s_i^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}}(t)) = -\sum_{i=1}^{N}\eta_i |s_i^{\mathrm{T}}| < 0$$

2 数值算例

以下述系统为例:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) = f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t)) + \sigma_i\sum_{j=1}^{3} a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)$$

$$\sigma_i = 1/2 \qquad i = 1,2,3$$

$$f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} 10(x_2 - x_1) \\ 28x_1 - x_1x_3 - x_2 \\ x_1x_2 - 8/3x_3 \end{bmatrix} \qquad C = [1 \quad 1 \quad 1]$$

其中,$\boldsymbol{A} = (a_{ij}) = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

含有 3 个节点的非线性耦合响应动态网络描述为

$$\dot{y}_i(t) = f(\boldsymbol{C}y_i(t)) + \hat{\sigma}_i\sum_{j=1}^{3} a_{ij}y_j(t) + u_i(t)$$

设计控制律 $u_i(t) = -\eta_i\mathrm{sign}(s_i^{\mathrm{T}}) + f(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i(t)) - f(\boldsymbol{C}y_i(t)) + \sigma_i\sum_{j=1}^{N} a_{ij}\boldsymbol{x}_j(t) - K_i e_i(t)$ 和自适应律 $\dot{\hat{\sigma}}_i = -(a_{ij}y_j(t))^T s_i(t)$,构造切换函数 $s(t) = e_i(t) + K_i\int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$,系统 ① 与 ② 是滑模变结构混沌同步的,其中 $\eta_i = 1/2, i = 1,2,3$.

3 结语

本文基于 Lyapunov 稳定性理论和混沌同步相关理论,研究了 2 类 Lurie 复杂网络混沌系统的滑模变结构控制问题,给出了切换函数的构造、控制器与自适应律. 研究结果表明,Lurie 混沌系统在滑模变结构方法下是同步的,数值算例说明了该方法的有效性.

参考文献:

[1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Phys Rev Lett(S0031-9007),1990,64(8):821.

[2] Pecora L M, Carroll T L. Driving systems with chaotic signals[J]. Phys Rev A(S0277-786X),1991,44(4):2374.

[3] Yoo W J, Ji D H, Won S C. Synchronization of two different non-autonomous chaotic systems using fuzzy disturbance observer[J]. Physics Letters A,2009,374(11):1354.

[4] Fallahi K, Leung H. A chaos secure communication scheme based on multiplication modulation[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,2010,15(2):368.

[5] 吕翎,李纲,张檬,等. 全局耦合网络的参数辨识与时空混沌同步[J]. 物理学报,2011,60(9):5051.

[6] 李建芬,李农. 一类混沌系统的修正函数投影同步[J]. 物理学报,2011,60(8):5071.

[7] 毛北行,孟晓玲,卜春霞. 一类模糊不确定时滞 Lurie 系统基于观测器的混沌同步问题[J]. 河南科学,2013,32(2):130.

[8] 毛北行,孟晓玲,张理涛. 一类离散复杂网络混沌系统的输出耦合滑膜同步控制[J]. 郑州轻工业学院学报:自然科学版,2013,28(2):103.

[9] 何汉林,涂建军,熊萍. 一类 Lurie 混沌系统的全局渐近同步[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2010,38(2):38.

[10] 毛北行,王东晓,卜春霞. Lurie 混沌系统的脉冲控制同步[J]. 华中师范大学学报:自然科学版,2012,46(3):297.

[11] 毛北行,程春蕊,卜春霞. Lurie 混沌系统的修正函数投影同步[J]. 数学杂志,2013,33(4):717.

[12] 邓玮,孙君曼,崔光照,等. 基于非线性输入控制实现受扰混沌系统同步[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(4):837.