

透水框架尺寸对减速效果影响的建模与仿真

罗超¹, 田朋云¹, 张洁²

(1. 南昌大学 机电工程学院, 江西 南昌 330031;

2. 南昌大学 经济与管理学院, 江西 南昌 330031)

摘要:采用机理分析的方法,推导相关物理及力学公式,得出曼宁系数与四面六边透水框架尺寸的关系,再由传递性得到框架长的平方与减速率呈正相关,得到它们的关系表达式为 $\eta = Aa^2 + Ba + C$ (A, B, C 系数常量). 通过水槽实验,对测得的数据进行数据拟合,结果显示与机理分析得出的结论相同. 本模型科学、严密,提高了实验分析所得结果的准确性,可用于实践.

关键词:透水框架尺寸;减速效果;数学模型;机理分析

中图分类号:TV861 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2014.04.024

Modeling and simulation of the effect of permeable frame size on reducing the speed

LUO Chao¹, TIAN Peng-yun¹, ZHANG Jie²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China;

2. School of Economics and Management, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: By analyzing the mechanism the relevant physical and mechanical formula that Manning's relationship with the first draw frame size were derived, and then permeable frame length was positively correlated with the rate of deceleration was gotten by the transitive, and their relationship expression was $\eta = Aa^2 + Ba + C$ (A, B, C coefficients are constants) was finally gotten. Through the relevant tank test, the experimental data could be measured, which was obtained for the experimental data fitting, and the same results and conclusions of the analysis mechanism were found. Advantage of this model was a mathematical method of analysis and data fitting mechanism, which improved the accuracy of the original analysis of the results of the experiment, and therefore could be used in practice.

Key words: permeable frame size; slowing effect; mathematical model; mechanism analysis

0 引言

众所周知,江河中堤岸、江心洲的迎水区域被水流长期冲刷侵蚀,严重影响其安全. 因此,在河道整治工程中,需要在侵蚀严重的部位设置一些人工设施,作为缓冲物,以减弱水流的冲刷,保证河岸形态的稳定. 现在常用的防护设施主要是四面六边透水框架^[1],这是一种由钢筋混凝土框杆焊接而成的

正四面体结构. 将一定数量的框架投入水中,在水中形成框架群,可以使水流消能减速,达到减弱冲击、防冲促淤的目的. 对四面六边透水框架群来说,框架尺寸直接或间接地影响消能减速的效果. 当前人们多通过水槽实验等方法来确定框架尺寸,并已经积累了一些实验数据,也见诸各类文献当中^[1-2]. 但因实验的数据量和数据精度仍有各种不足之处,还没有形成完善的经验公式.

本文拟采用机理分析的方法,结合材料力学及流体力学等理论知识建立数学模型^[3],给出框架尺寸参数与其减速效果之间的关系,并通过水槽实验记录实验数据,对机理分析得出的结论进行验证.

1 模型建立

为了能够解决此类问题,进行机理分析前,需要先做出如下假设:1)河床部分产生足够的落淤;2)投放是致密的有规律的;3)单层铺设四面六边透水框架;4)水深对阻力系数无影响.

1.1 验证框架尺寸是否直接影响减速效果模型

四面六边透水框架群具有透水和阻水消能的作用,并且透水框架尺寸对水流减速有一定的影响.当透水框架投入水中时,四面体后某测点流速会改变,这与投放位置水的深度、密度、重力加速度及四面体的形状阻力相关,表示投放四面体后测点流速的函数式^[4]为

$$V_2 = f(V_1, H, A, \rho, \mu, g) \quad (1)$$

其中, V_2 表示投放框架后同一点的流速 $(m \cdot s^{-1})$, V_1 表示投放四面六边透水框架前间隔区内靠近河流某点的流速 $(m \cdot s^{-1})$, H 为水深 (m) , A 为某一水平高度上四面体的截面面积 (m^2) , ρ 为水的密度 $(g \cdot cm^{-3})$, μ 为流体黏度 $(Pa \cdot s)$, g 为重力加速度 $(m \cdot s^{-2})$.

由量纲的齐次性分析^[5]可知,公式①等号两边的因次应一致,则可将公式①整理为

$$V_2 = KV_1^a H^b A^c \rho^d \mu^e g^f \quad (2)$$

式中, K 表示粗糙度,指数 $a, b, c, d, e, f \in N$, 由物理的因次表达式可得

$$\begin{cases} [V] = LT^{-1} \\ [H] = L \\ [A] = L^2 \\ [\rho] = ML^{-3}T^{-1} \\ [\mu] = ML^{-1}T^{-1} \\ [g] = LT^{-2} \end{cases} \quad (3)$$

由公式②③可以得到

$$LT^{-1} = K(LT^{-1})^a (L)^b (L^2)^c (ML^{-3})^d \cdot (ML^{-1}T^{-1})^e (LT^{-2})^f$$

其中, L 表示 2 个控制断面间的距离 (m) , M 表示质量 (kg) , T 表示时间 (s) .

再由因次一致性整理得到方程组

$$\begin{cases} a + b + 2c - 3d - e + f = 1 \\ a + e + 2f = 1 \\ d + e = 0 \end{cases} \quad (4)$$

将公式④变形为

$$\begin{cases} a = 1 - e - 2f \\ b = f - e - 2c \\ d = -e \end{cases} \quad (5)$$

把公式⑤代入公式②有:

$$V_2 = KV_1^{1-e-2f} H^{f-e-2c} A^c \rho^{-e} \mu^e g^f = KV_1 \left(\frac{\mu}{\rho V_1 H} \right)^e \left(\frac{Hg}{V_1^2} \right) \left(\frac{A}{H^2} \right)^e$$

查阅相关文献^[6],河道的岸滩部分属于浅水区,所以可以用水力半径 R/m 代替水深 H ,则雷诺数和佛汝德数可以表示为

$$R_e = \frac{\rho V_1 H}{\mu} \quad F_r = \frac{gH}{V_1^2} \quad (6)$$

把公式⑥代入公式②可得

$$\frac{V_2}{V_1} = KR_e^e F_r^f \left(\frac{A}{H^2} \right)^e$$

投放透水框架后的流速可以用隐函数表示为

$$\frac{V_2}{V_1} = f(R_e, F_r, \frac{A}{H^2}) \quad (7)$$

又因在水力学中减速率^[7]通常定义为

$$\eta = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \quad (8)$$

所以将公式⑦⑧联立解得

$$\eta = 1 - f(R_e, F_r, \frac{A}{H^2})$$

由此可以认为:四面六边透水框架对水流的减速作用与水流的雷诺数、佛汝德数和四面体截面面积有直接联系,即与四面体框架尺寸有关.

1.2 透水框架尺寸对水流减速的影响

四面六边透水框架的减速原理可以用平面二维水流数学模型描述,根据谢才公式^[8]

$$u = C \sqrt{RJ} \quad (9)$$

其中, u 为水流速度 $(m \cdot s^{-1})$; $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$, n 表示曼宁系数; J 为水力坡度.若不考虑槽壁阻力,则公式⑨可以近似变形为

$$u^2 = \frac{H^{4/3} J}{n^2} \quad (10)$$

有槽底的空心四面体框架群作用于水的等效阻力

$$F = C_d A_i \rho u^2 \quad (11)$$

其中, C_d 表示框架群的等效阻力 (N) , A_i 表示框架群顺水流方向的投影面积 (m^2) .

控制体水流中受到的重力

$$G = \rho g B L H \quad (12)$$

其中, B 指水槽宽度 (m) .

均匀流时,根据阻力与重力平衡,可得

$$f_0 + F = Gi \tag{13}$$

其中, f_0 表示玻璃槽壁的阻力 /N, i 表示水槽的坡底. 因 f_0 较小,槽底铺满四面体框架时 $f_0 \ll F$, 此时忽略 f_0 , 则有 $F = Gi$. 将公式 ⑩⑫⑬ 联立解得

$$C_d A_p u^2 = \rho g B L H i \tag{14}$$

定义四面体抛投密度 $\varepsilon = \frac{A_i}{BL}$, 并且令 $C'_d =$

$C_d \varepsilon$, 则有 $C'_d = \frac{H g i}{u^2}$. 由达西 - 魏斯巴赫公式^[9] 可

得控制体

$$h_f = \lambda \frac{L u^2}{4R \cdot 2g} \tag{15}$$

其中, h_f 表示沿程损失, λ 为沿程阻力系数. 水力半径 R 近似用水深 H 代替, 则

$$\frac{1}{8} \lambda = \frac{h_f}{L} \frac{H g}{u^2} \tag{16}$$

令 $\frac{h_f}{L} = J$, 则 ⑯ 变形为 $\frac{1}{8} \lambda = \frac{J H g}{u^2}$. 均匀流时, $i = J$,

比较公式 ⑭ 和 ⑯ 可得 $C'_d \propto \frac{1}{8} \lambda$.

根据蔡克士大的研究^[10] 可知, 在絮流粗糙区,

λ 是 $\frac{K}{R}$ 的函数, 并且随着 $\frac{K}{R}$ 的增大而增大. 令 $K =$

a , a 为四面体抛投高度, $R = H$, 则 λ 转换为 $\frac{a}{H}$ 的函

数, 定义 $\frac{a}{H}$ 为框架群的相对高度. 又因本研究主要

针对单层框架群, 所以 $\frac{a}{H}$ 可以看成是正四面体的

高, 即 $\frac{a}{H} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$, 此时 a 为正四面体的棱长, 则阻力

系数 $C'_d = f(\frac{a}{H})$. 当四面体抛投密度 ε 一定时, 有

$$C_d = f(\frac{a}{H}) \tag{17}$$

将公式 ⑩ 代入公式 ⑭ 可得

$$C_d = \frac{n_p^2 g}{H^{1/3}}$$

因阻力系数 C_d 是无因次数, 故在原型和模型中应保持一致. 根据几何正态相似的特性, 由公式 ⑰ 可推出原型和模型糙率的相似常数, 即

$$\lambda_n = \lambda_H^{1/6} \text{ 或 } n_p = n_m \lambda_H^{1/6}$$

式中, λ_n 和 λ_H 分别表示模型和原型中沿程阻力系数, n_m 表示模型的糙率, n_p 表示原型的糙率. 为了简化计算过程, 此处用原型的糙率代替曼宁系数. 由上式可以推出原型的糙率. 当四面体抛投密度 ε 一

定时, 有

$$f(\frac{a}{H}) = \frac{n_p^2 g}{H^{1/3}}$$

又曼宁公式为

$$u = \frac{1}{n_p} R^{2/3} J^{1/2}$$

因透水框架群铺满矩形水槽, 若不考虑槽底阻力, 则水力坡度等于水槽的底坡, 故曼宁公式变形为

$$n_p = \frac{H^{2/3} i^{1/2}}{u}$$

2 实验验证

为了验证上述分析, 使用李若华所研究的方法进行水槽实验^[11], 实验选用变坡水槽, 水流为均水流, 两边采用玻璃槽壁, 便于观察水流流态的变化, 并描绘实验过程中各种水流现象. 另外, 采用有序密集排列的抛投方式, 将透水框架分层密集布置在水槽内进行实验. 在实验中, 当 $\frac{a}{H}$ 分别为 0.250 0, 0.300 0, 0.365 0, 0.466 6, 0.540 0, 0.625 0 时, C_d 分别为 0.050 0, 0.050 1, 0.058 3, 0.090 1, 0.137 5, 0.218 7. 不同水深的粗糙值如表 1 所示.

表 1 不同水深下的粗糙值计算表

H/m	A/m^2	$\frac{a}{H}$	$\frac{u}{(m \cdot s^{-1})}$	n_m	n_p	$\frac{n_p^2 g}{H^{1/3}}$
4.47	2.8	0.63	14.2	0.089 1	0.176 0	0.219 2
5.11	2.8	0.55	13.9	0.073 8	0.146 0	0.143 8
6.18	2.8	0.45	14.5	0.064 1	0.101 8	0.101 8
7.72	2.8	0.36	14.4	0.05 2	0.062 2	0.062 2
9.41	2.8	0.3	14.1	0.050 4	0.054 7	0.054 7
11.29	2.8	0.25	13.8	0.049 5	0.049 7	0.049 7

对 $\frac{a}{H}$ 与 C_d 数据进行拟合, 得到不同相对高度与阻力系数的关系, 如图 1 所示.

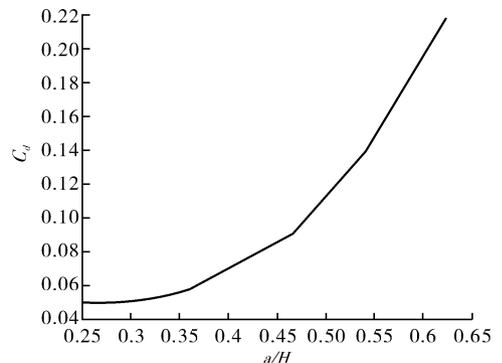


图 1 不同相对高度与阻力系数的关系

由图1中可以得出,随着相对高度的增大,阻力系数也增大;在 $\frac{a}{H} < 0.36$ 时,框架群抛投高度一定时,如果水深继续增加, C_d 将逐渐减小,当水深增大到一定程度后, C_d 变化缓慢.这与机理分析的结果相呼应,验证了结果的准确性.

对表1数据进行拟合,结果如图2所示.

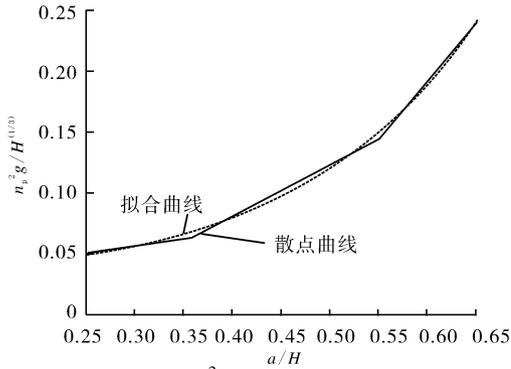


图2 $\frac{n_p^2 g}{H^{1/3}}$ 与 $\frac{a}{H}$ 的拟合图

因此有

$$\frac{n_p^2 g}{H^{1/3}} = 0.0263 + 0.0052 \times \exp(5.722 \times \frac{a}{H}) \quad (18)$$

上式由数据拟合经验公式得来,拟合度很高,阻力系数由此转化成等效的曼宁糙率系数,这2个系数是正相关的,故可用曼宁糙率系数描述阻力变化的趋势.

在物理学中阻力系数与减速率呈正相关,即

$$C_d \propto \Delta v \propto 1 - \frac{V_2}{V_1} = \eta$$

由于曼宁系数与减速率也是正相关的,则有

$$n^2 \propto \eta \quad (19)$$

所以当曼宁系数达到最佳,减速率也达到最佳,这里取最优的曼宁系数 n_{\max} 来求解相对框架高

度 $\frac{a}{H}, \frac{a}{H} = H_{\text{正四面体}} = \frac{\sqrt{6}}{3} a'$. 查阅相关资料^[12-13] 可

知,江河岸区的 $n_{\max} = 0.35$, 把 $H_{\text{正四面体}} = \frac{\sqrt{6}}{3} a'$ 代入

公式(18),且在实验的基础上取 $a = 2.8$ m, 则 $H = \frac{7\sqrt{6}}{5} a'$. 由公式(18)解得 $a' \approx 0.9071$ m, 所以四面六

边透水框架的最佳边长为 0.9071 m.

由上述公式可知

$$n \propto H_{\text{正四面体}} = \frac{\sqrt{6}}{3} a' \Rightarrow n \propto a' \quad (20)$$

联立公式(19)(20)可解得

$$\eta \propto a^2 \propto a$$

则有 $\eta = Aa^2 + Ba + C$ (A, B, C 为常量系数).

3 结论

本文采用机理分析的方法建立数学模型,推导出框架尺寸对减速率之影响的理论公式 $\eta = Aa^2 + Ba + C$ (A, B, C 是常量系数). 此模型较为严密,客观上避免了实验误差. 通过水槽实验,对数据进行了拟合与数值分析,所得出的结论与机理分析推导出的结论相近,充分验证了机理推导的准确性,对以后控制透水框架尺寸的变化范围有很好的指导作用.

参考文献:

- [1] 吴龙华. 透空四面体(群)尾流水力特性及应用研究[J]. 环境科学研究, 2009, 22(12): 1382.
- [2] 王雯雯, 赵智杰, 秦华鹏. 基于 SWMM 的低冲击开发模式水文效应模拟评估[J]. 北京大学学报: 自然科学版, 2012(2): 303.
- [3] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学建模[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [4] 李若华. 空心四面体框架群减速特性研究[D]. 南京: 河海大学, 2004.
- [5] 陈辉, 吴杰, 李益进, 等. 四面六边透水框架体抛投落距探讨[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2009(4): 446.
- [6] 郑英, 吴铃, 赵德玉, 等. 四面六边透水框架护滩结构效果水槽试验研究[J]. 水运工程, 2012(11): 127.
- [7] 吴龙华, 周春天, 严忠民, 等. 架空率、杆件长宽比对四面六边透水框架群减速促淤效果的影响[J]. 水利水运工程学报, 2003(3): 74.
- [8] 李若华, 王少东, 曾甄. 穿越四面六边透水框架群的水流阻力特性试验研究[J]. 中国农村水利水电, 2005(10): 64.
- [9] Li Y H, Yu G L. Experimental investigation on flow characteristics at leeside of suspended flexible curtain for sedimentation enhancement[J]. 中国海洋工程: 英文版, 2009(3): 565.
- [10] 左东启. 水工模型试验的理论和方法[M]. 南京: 河海大学出版社, 1984.
- [11] 南晓红, 聂源宏, 冯普林. 渭河吊桥段四面六边体透水框架群试验研究[J]. 人民黄河, 2003, 25(11): 12.
- [12] 李晓兵. 四面六边透水框架施工工艺与应用效果分析[J]. 中国水运, 2011, 11(7): 254.
- [13] 陈增伟. 四面六边透水框架在叶尔羌河中游渠首的应用[J]. 陕西水利, 2012(6): 58.