

基于混合生物热传导模型的 Pennes 方程的改进

马吉明, 张向梅, 苏日建, 赵进超, 郭盛楠

(郑州轻工业学院 计算机与通信工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 在血管树模拟研究的基础上, 运用混合生物热传导模型并采用考虑血管和组织间局部传热的血液灌注率, 改进了传统的 Pennes 生物传热方程. 运用 COMSOL Multiphysics 对其进行仿真, 并对改进前后 Pennes 方程求解结果进行比较. 结果表明, 改进后的 Pennes 方程能够显示出血管树对组织区域温度分布的局部影响, 而传统 Pennes 方程则只表述了组织中温度分布的均匀形式.

关键词: Pennes 方程; 血管树; 混合生物热传导模型; COMSOL Multiphysics

中图分类号: R318; TP391.9 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.2095-476X.2015.02.004

Improvement of the Pennes equation based on the mixed bio-heat transfer model

MA Ji-ming, ZHANG Xiang-mei, SU Ri-jian, ZHAO Jin-chao, GUO Sheng-nan

(College of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Based on the studies of the vascular tree's simulation and combined with the mixed bio-heat transfer model, the traditional Pennes bio-heat transfer equation was improved by using the blood perfusion considering the local heat transfer between the blood and the tissue. COMSOL Multiphysics was used to simulate, and the results of Pennes equation improved before and after were compared. The results showed that the improved Pennes equation could reflect the local influence of the vascular tree on organization's regional temperature distribution, while the traditional Pennes equation only described the homogeneous form of tissue temperature distribution.

Key words: Pennes equation; vascular tree; mixed bio-heat transfer model; COMSOL Multiphysics

0 引言

人体和动物体内的血管系统贯通整个身体, 用于输送各类营养物质和代谢终产物, 同时也具有体温调节功能, 在生物传热期间起着重要的作用^[1-2]. 生物传热依赖血液流动传送热量, 故血液的流动速度、血管大小及间距等, 都会对机体散热过程带来影响. 因此, 在探讨生物传热时, 对有关血管和组织

间热量传递问题的探究不可或缺. 此外, 生物组织的传热机制极其复杂, 到目前为止, 还不能够用一个模型对其进行完整描述. 对一个实际过程而言, 模型是指根据过程建模的目的所作的一种近似表述, 是将实际过程本质部分的信息简化成有用的描述形式. 但模型通常不能够将过程中的所有因素考虑进去. 在实际过程中, 哪些因素是本质的、哪些是非本质的, 这取决于所要研究的问题. 生物传热研

收稿日期: 2014-08-01

作者简介: 马吉明(1965—), 男, 山西省阳高县人, 郑州轻工业学院教授, 主要研究方向为数据库与信息集成、数据挖掘、通信与信息系统.

究中,应用最为广泛的是 Pennes 热传导方程,可是传统 Pennes 方程在应用时忽略了血管局部结构,人体和动物体内血管系统遍布全身,且血管分布形态的不同会影响治疗中整个组织的温度分布,致使同一医疗方案会出现不同的治疗结果,所以,针对血管结构对传统 Pennes 方程进行改进非常重要。

传统 Pennes 方程模型因其简洁性得到了广泛应用,但也有一定的局限性。早期有关血管传热的模型^[3-6]能够分析部分大血管和组织间的传热,不过对血管形态有限定;而后有学者对繁杂形态的血管与组织间的传热进行了研究^[7-9],然而就实际医学应用而言,这些研究还远不完善。陈琦等^[10]以 Pennes 方程为基础,针对包含血管的组织,提出一种混合型的生物热传导模型。本文拟在血管树模拟研究的基础上,运用混合生物热传导模型并采用考虑血管和组织间局部传热的血液灌注率,对传统 Pennes 方程进行改进。

1 传统生物热传导模型

生物传热应用研究中,应用最为广泛的是 Pennes 热传导方程^[11],即

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + W_b C_b (T_a - T) + Q_m$$

传统的 Pennes 方程假定组织是连续性介质,认为血流对组织的热传递和热沉积或热源作用相等,忽略了血管局部结构及血流速度的快慢^[12-13],未考虑动脉前与静脉后在组织与血液间的热量传递^[14]。由于人体内情况较为复杂,肿瘤组织中存在很多血管^[15-16],特别是在有着较大血管的热疗区。因此,在治疗前进行系统的热场分析、制定适当的治疗方案尤其重要。

2 混合生物热传导模型

运用混合形式生物传热方程分析生物传热模型^[10],其中,一个针对组织区域,一个针对动脉血管区域,一个针对静脉血管区域,表达式分别为

针对组织的:

$$\rho_t C_t \frac{\partial T_t}{\partial t} = k_t \left(\frac{\partial^2 T_t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_t}{\partial z^2} \right) -$$

$$q_{ta} - q_{tv} + W_b C_b (T_a - T_t) + Q_{met} + Q_{hif,t}$$

针对动脉的:

$$\rho_b C_b \frac{\partial T_a}{\partial t} = \rho_b C_b u_a \cdot \left(\frac{\partial T_a}{\partial x} + \frac{\partial T_a}{\partial y} + \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) -$$

$$q_{av} + q_{ta} + Q_{hif,a}$$

针对静脉的:

$$\rho_b C_b \frac{\partial T_v}{\partial t} = \rho_b C_b u_v \cdot \left(\frac{\partial T_v}{\partial x} + \frac{\partial T_v}{\partial y} + \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) +$$

$$q_{av} + q_{tv} + W_b C_b (T_t - T_v) + Q_{hif,v}$$

其中 x, y, z 为空间坐标; ρ, C, k 分别为密度、比热及热传导系数; 下标 b 与 t 分别为血液、组织; W_b 为血液灌注率; u 为血流速度; Q_{hif} 为外加容积热源; Q_{met} 为生物代谢生热率,由于 Q_{hif} 为 Q_{met} 的数十倍,所以计算时 Q_{met} 可以忽略; 下标 a, v 分别为动脉、静脉。生热项 q_{av} 为动脉与静脉间的热流量, q_{ta} 为动脉与组织间的热流量, q_{tv} 为静脉与组织间的热流量。

混合生物热传导方程将原问题分解或细化为组织、静脉及动脉三方面的问题,这有利于对大血管周边或者血管组织分布较多的区域进行具体分析。

3 分步模拟血管树方法

由于生物组织的温度场很大程度上受生物体血管分布形态及传热特性的影响,故在计算温度场时,非连续性生物模型相比连续性生物传热模型,在血管系统基础上对血液与组织间的传热进行阐述的精度更高^[17]。运用非连续性生物模型对组织温度场进行数值模拟时,首先要为研究对象创建血管树,作为生物模型的一个必要组成部分,以此为各血管与组织间传热的单独计算奠定基础。

利用分步模拟血管树方法建立血管树^[18-19],主要过程如下: 1) 为模拟组织创建物理模型,以此作为血管树建立的解剖条件; 2) 根据血管树的特征,利用统计规律及优化函数创建根血管和一级分支; 3) 按照优化方法生成更细的血管分支,直至血管树满足精度要求。分步模拟血管树流程如图 1 所示,其中 $n \geq N_1$ 时对二级及以上动脉分支进行模拟创建, N_{tot} 为动脉总数。

利用该方法编制程序,模拟末端数分别为 50 和 1 000 时的人舌动脉血管树^[18],结果见图 2。

4 传统 Pennes 方程的改进

为研究血管中温度的变化规律,需要对繁杂的血管形态和分布样式进行简化,探讨血管与组织之间最为简单的传热方式,即单根血管传热,其简化样式如图 3 所示^[17]。

根据血管树形态模型与单根血管轴向温度变化规律^[17, 20],运用混合生物热传导模型,对传统 Pennes 方程进行改进: 在使用 Pennes 方程里血液灌

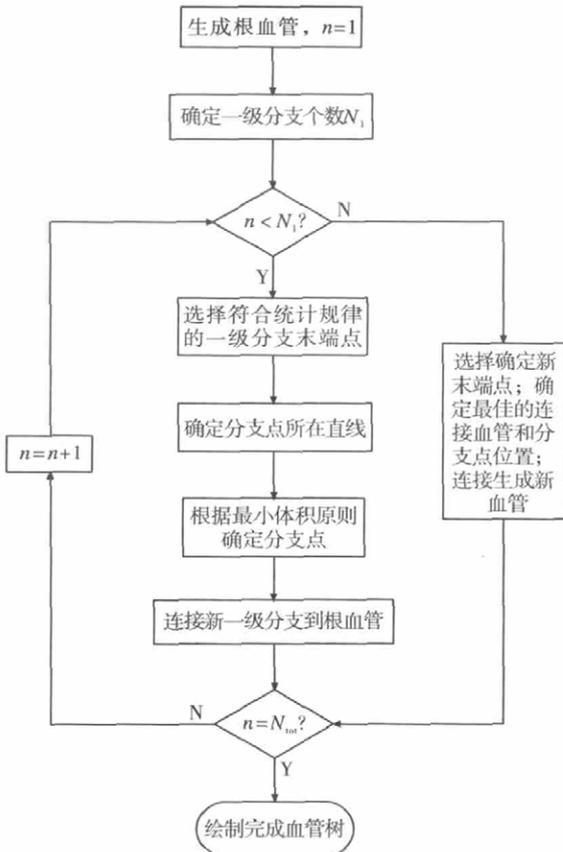


图1 分步方法模拟血管树流程图

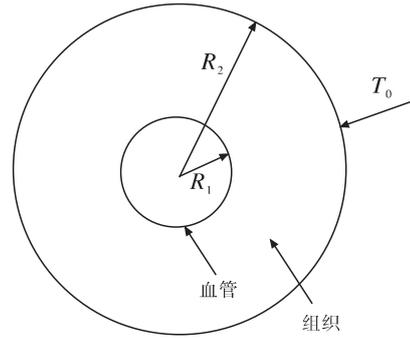


图3 血管周围传热的简化样式

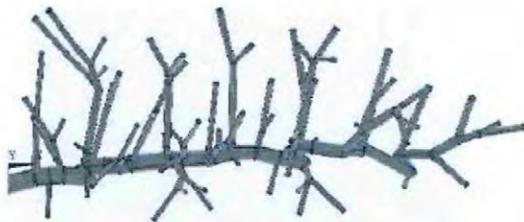
为含有血管树的生物组织创建网格. 运用两个独立的网格离散组织区域与血管树区域(见图4). 对两套网格的交叉位置进行计算, 统计出每个组织网格中包含的血管段情况, 例如有无血管段及其个数、长度、直径、血液流动速率等.

图5是包括一个血管树单元的组织单元体, 局部血液灌注率^[20]为

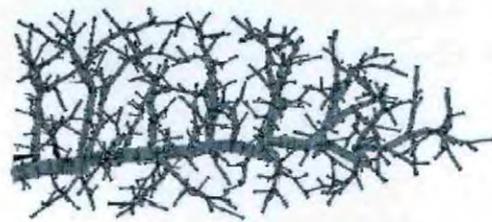
$$W_b^* = \rho u \pi R^2 / V_g$$

其中 R 代表血管半径 u 代表血液流动速度, V_g 代表组织网格体积.

对于组织部分而言, 可以使用 $W_b^* C_b (T_i - T_a)$ 表示该血管树单元体中的血液提供给组织单元体



a) 血管树末端数为50



b) 血管树末端数为1000

图2 人舌动脉血管树

注率时, 不再视血液灌注为瞬态热平衡且均匀分布, 而是把它的过程视为非热平衡态, 此外血管的形态及分布都对其有直接影响. 鉴于血管树在不同组织区域内有不一样的分布形态, 其局部血液灌注率亦有所差别.

为了获取组织内局部血液灌注率的分布, 需要

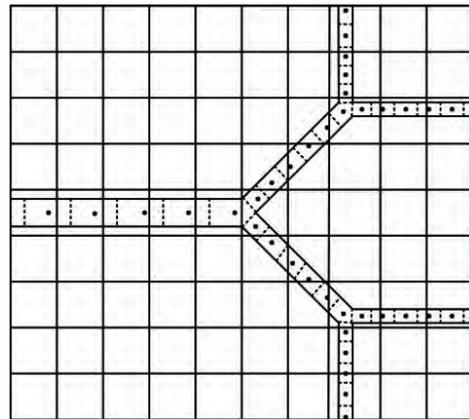


图4 网格划分示意图

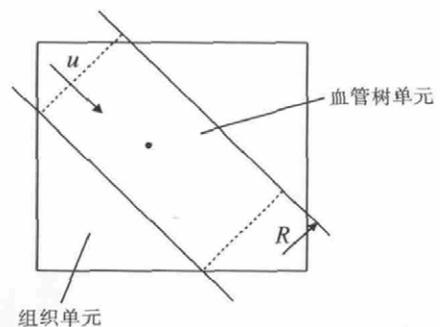


图5 含有一个血管树单元的组织单元体

的热流密度. 如果组织单元体包含多个血管树单元, 那么各血管树单元为其供应的总热流密度为 $\sum_{i=1}^n W_{b,i}^* C_b (T_t - T_a)_i$, n 代表组织单元里包含的血管树单元数目, i 代表第 i 个血管树单元体^[20].

因此, 运用混合生物热传导模型和局部血液灌注率对传统生物热传导模型 Pennes 方程进行改进的结果为

组织区域:

$$\rho_t C_t \frac{\partial T_t}{\partial t} = k_t \left(\frac{\partial^2 T_t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_t}{\partial z^2} \right) -$$

$$q_{ta} - q_{tv} - \sum_{i=1}^n W_{b,i}^* C_b (T_t - T_a)_i + Q_{hif,t}$$

动脉区域:

$$\rho_b C_b \frac{\partial T_a}{\partial t} = \rho_b C_b u_a \cdot \left(\frac{\partial T_a}{\partial x} + \frac{\partial T_a}{\partial y} + \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) -$$

$$q_{av} + q_{ta} + Q_{hif,a}$$

静脉区域:

$$\rho_b C_b \frac{\partial T_v}{\partial t} = \rho_b C_b u_v \cdot \left(\frac{\partial T_v}{\partial x} + \frac{\partial T_v}{\partial y} + \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) +$$

$$q_{av} + q_{tv} - \sum_{i=1}^n W_{b,i}^* C_b (T_v - T_t)_i + Q_{hif,v}$$

上式运用混合生物热传导模型, 对传统 Pennes 方程的使用进行了细化, 并且血液灌注项不再代表血液从动脉血温度随即变成组织温度所需要的换热量, 而是代表血管与组织之间的局部换热量.

5 仿真结果比较

运用 COMSOL Multiphysics 建立图 6 所示的二维生物组织模型, 矩形部分代表组织, 树形结构代表血管树, 血管几何参数及其血液流速见表 1. 对该生物组织模型进行计算时, 温度取值范围为正常人口腔温度范围, 组织区的上下边界采用等温 36.3 °C 且左、右边界绝热, 主枝血管血液进口温度采用 37.2 °C.

假定血管树血管轴向温度与单根血管轴向温度变化规律相符, 采用改进的 Pennes 方程并运用 COMSOL Multiphysics 对包含血管树的组织区域进行温度分布及等位等高线的求解, 计算中采用的各项物性参数的取值见表 2^[20], 仿真结果见图 7. 仿真结果表明: 血管的存在会在较大程度上影响组织热状态, 而血管树的分枝形状也相应影响组织区域的温度分布样式; 血液对组织区域有加热作用, 距离

血管越近, 组织区域温度越高; 血管内血液温度随血流方向减小; 主枝血管温度比分枝血管温度高^[21].

为了与改进的 Pennes 方程的仿真结果进行比较, 运用传统 Pennes 方程对图 7 所示组织区域的温度分布作了数值传热求解, 求解结果见图 8. 由图 8 可以看出, 运用传统 Pennes 方程得到的组织中的温度分布是均匀的, 血管树对局部温度分布的影响并没有显示出来^[22].

比较图 7 和图 8 可以看出: 由于改进的 Pennes 方程应用的是局部血液灌注率, 考虑血管与组织之

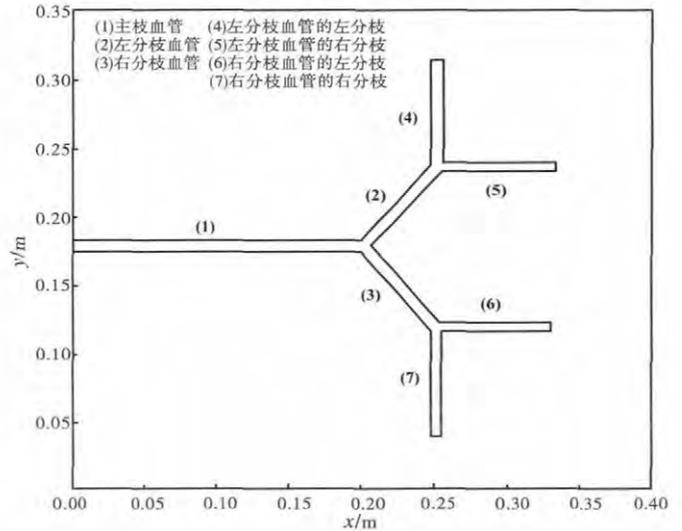


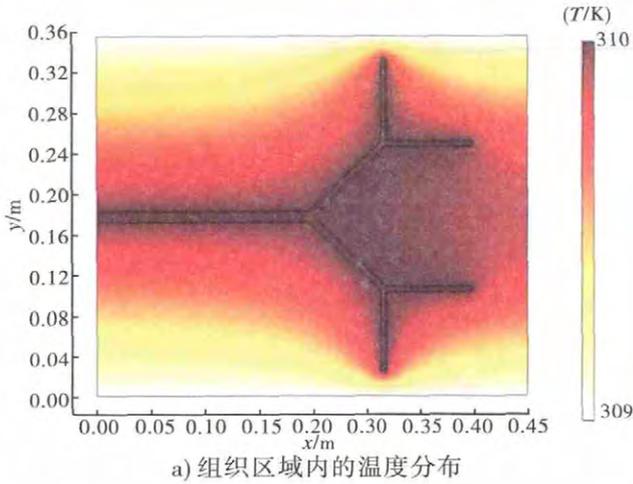
图 6 二维生物组织模型计算区域示意图

表 1 血管的几何参数及血流速度

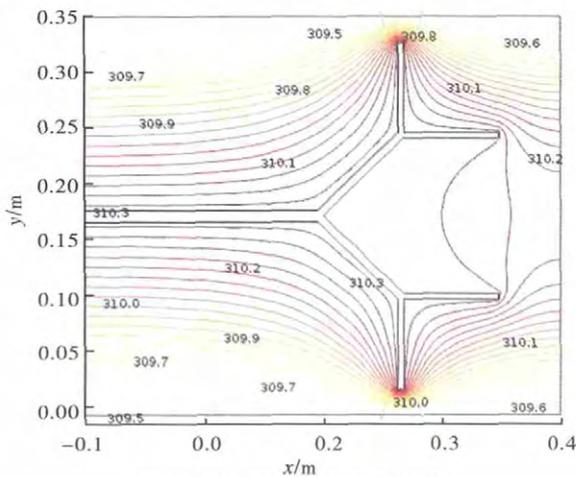
| 血管 | 长度 /m | 直径 /m | 与 x 轴夹角/(°) | u / (m · s ⁻¹) |
|--------|-------|-------|-------------|------------------------------|
| 主枝 | 0.20 | 0.010 | 0 | 0.50 |
| 左分枝 | 0.10 | 0.007 | 45 | 0.39 |
| 右分枝 | 0.10 | 0.007 | -45 | 0.39 |
| 左分枝的左枝 | 0.08 | 0.005 | 90 | 0.25 |
| 左分枝的右枝 | 0.08 | 0.005 | 0 | 0.25 |
| 右分枝的左枝 | 0.08 | 0.005 | 0 | 0.25 |
| 右分枝的右枝 | 0.08 | 0.005 | -90 | 0.25 |

表 2 物性参数的取值

| 参数 | 取值 |
|------------------------------------|-------|
| 组织的导热率/W · (m · K) ⁻¹ | 0.48 |
| 血液的导热率/W · (m · K) ⁻¹ | 0.50 |
| 组织的密度/(kg · m ⁻³) | 1 000 |
| 血液的密度/(kg · m ⁻³) | 1 000 |
| 组织的质量热容/J · (kg · K) ⁻¹ | 3 850 |
| 血液的质量热容/J · (kg · K) ⁻¹ | 4 180 |
| 血液的动力黏度/(N · s · m ⁻²) | 3 |



a) 组织区域内的温度分布



b) 组织区域内的等位等高线

图 7 改进 Pennes 方程的仿真计算结果

间的传热过程,所以求解结果能够反映由于血管树样式不同引起的局部温度分布的不同;但传统 Pennes 方程未考虑组织中血管形态,对组织中的血液灌注采取的是平均化处理,即把血液和组织的传热作用进行平均化,因而求解得到的温度分布也是均匀化的。

6 结论

本文使用分步模拟血管树方法建立了血管树,并在此基础上,运用混合生物热传导模型,考虑血管与组织间局部传热的血液灌注率,改进了传统 Pennes 生物传热方程,并将改进前后的求解结果进行比较,结果表明,改进的 Pennes 方程能够反映出血管树对组织区域温度分布的局部影响,而传统 Pennes 方程描述的则只是组织中温度分布的均匀形式。改进的 Pennes 方程可运用于血管的临床热科学中,如肿瘤热疗等。本研究尚存在一些不足,主要

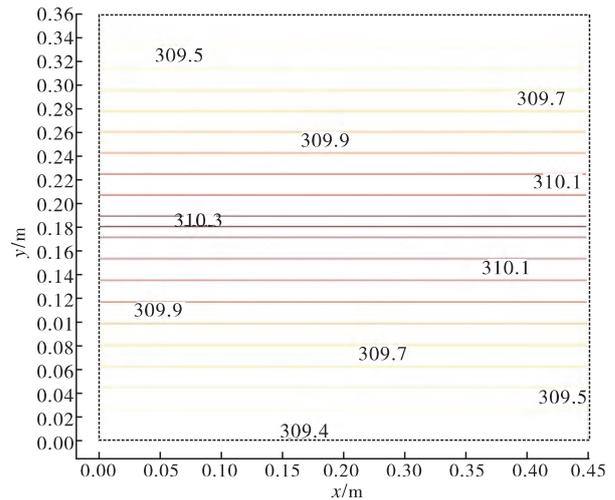


图 8 传统 Pennes 方程的求解结果

是模型作了简化,且在应用中进行了一定的假设,鉴于所掌握的知识 and 所拥有的实验设备的限制,还未能对生物体实际的复杂情况进行分析,并且未对混合生物热传导模型中针对动脉区域的方程作出改进。遗留问题有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 丛伟建,杨健,刘越,等.基于造影图像的能量场反投影合成冠脉三维重建[J].中国科学(信息科学):中文版,2013(8):947.
- [2] 王光慧,金玉姬,董传兴,等.热应激对心血管系统的影响[J].吉林医药学院学报,2013,34(2):947.
- [3] Chato J C. Heat transfer to blood vessels [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 1980, 102(2): 110.
- [4] Baish J W. Heat transport by countercurrent blood vessels in the presence of an arbitrary temperature gradient [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 1990, 112(2): 207.
- [5] Baish J W, Ayyaswamy P S, Foster K R. Heat transfer mechanism in vascular tissues: a model comparison [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 1986, 108(4): 324.
- [6] Weinbaum S, Xu L X, Zhu L, et al. A new fundamental bio-heat equation for muscle tissue part I: blood perfusion term [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 1997, 119(3): 278.
- [7] Baish J W. Formulation of a statistical model of heat transfer in perfused tissue [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 1994, 116(4): 521.
- [8] Kotte A, Van Leeuwen G M J, Bree J de, et al. A description of discrete vessel segments in thermal modeling of tissues [J]. Phy Med Biol, 1996, 41(5): 865.
- [9] Van Leeuwen G M J, Kotte A N T J, Raaymakers B W, et

- al. Temperature simulations in tissue with a realistic computer generated vessel network [J]. *Phy Med Biol* 2000, 45(4):1035.
- [10] 陈琦, 白景峰, 陈亚珠. 伴行血管在高强度聚焦超声下对温度场的影响 [J]. *上海交通大学学报: 医学版*, 2004, 38(1):130.
- [11] Pennes H H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm [J]. *Journal of Applied Physiology*, 1948, 1(2):93.
- [12] 曹蕾蕾, 张涛, 刘琼, 等. 生物组织热传导问题的数值仿真 [J]. *计算机仿真* 2013, 30(2):221.
- [13] Chiang J, Hynes K, Brace C L. Flow-dependent vascular heat transfer during microwave thermal ablation [C]// *Proceeding of 2012 Annual International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society*, Piscataway: IEEE, 2012:5582.
- [14] 吕鉴尧, 吴洁贞. 探讨彩色多普勒超声对肝硬化患者门脉血流改变的诊断价值 [J]. *中国现代医生*, 2010, 48(13):72.
- [15] 卓子寒, 翟伟明, 刘玲玲, 等. 肿瘤热疗计划系统的研究进展 [J]. *计算机应用研究* 2012, 12(1):81.
- [16] Yue Y, Chen W, Wang Z. The impact of microbubbles-mediated intermittent HIFU on bloodflow in femoral artery of rabbit [J]. *Journal of Biomedical Engineering* 2010, 27(1):58.
- [17] 王朝露. 舌体三维温度场的数值模拟及不确定分析 [D]. 天津: 天津大学, 2006.
- [18] 张艳. 基于中医舌诊理论的人舌三维温度场数值模拟与实验研究 [D]. 天津: 天津大学, 2007.
- [19] 张艳, 解海卫, 诸凯. 分步模拟三维动脉血管树方法及优越性分析 [J]. *生物医学工程学杂志* 2010(4):902.
- [20] 张燕, 乐恺, 张欣欣. 基于模拟血管树以及改进 Pennes 方程的生物传热模型 [J]. *热科学与技术*, 2006, 5(4):306.
- [21] 吕鹏, 黄家祥. 心血管三维重建的拓扑匹配方法 [J]. *生物医学工程学杂志* 2011(1):153.
- [22] 陈瑞球, 诸凯, 侯晓飞, 等. 人舌三维温度场的实验研究与数值模拟 [J]. *工程热物理学报*, 2008, 29(4):647.
- (上接第 15 页)
- [11] Tarascon J M, Armand M. Issues and challenges facing rechargeable lithium batteries [J]. *Nature*, 2001, 414(6861):359.
- [12] Zhang L S, Wang Z T, Wang L Z, et al. Preparation of ZnWO₄/graphene composites and Its electrochemical properties for lithium-ion batteries [J]. *Materials Letters*, 2013(108):9.
- [13] Zhang L S, Wang Z T, Wang L Z, et al. Electrochemical performance of ZnWO/CNTs composite as anode materials for lithium-ion battery [J]. *Applied Surface Science* 2014(305):179.
- [14] 韩莉锋, 王志涛, 金恺, 等. ZnWO₄/竹炭复合材料的制备及其光催化性能研究 [J]. *郑州轻工业学院学报: 自然科学版* 2014, 29(4):16.
- [15] Orhan E, Anicete-Santos M, Maurera M M A, et al. Towards an insight on the photoluminescence of disordered CaWO₄ from a joint experimental and theoretical analysis [J]. *Journal of Solid State Chemistry* 2005, 178(4):1284.
- [16] Laruelle S, Grugeon S, Poizot P, et al. On the origin of the extra electrochemical capacity displayed by MO/Li cells at low potential [J]. *Journal of the Electrochemical Society* 2002, 149(5):A627.