第30卷 第2期 郑州轻工业学院学报(自然科学版) Vol. 30 No. 2
2015年4月 JOURNAL OF ZHENGZHOU UNIVERSITY OF LIGHT INDUSTRY(Natural Science) Apr. 2015

文章编号:2095-476X(2015)02-0099-03

房地产风险投资复杂网络混沌系统的 H^{∞} 同步控制

毛北行, 王建军, 王东晓

(郑州航空工业管理学院 数理系,河南 郑州 450015)

摘要: 将房地产风险投资系统建模为复杂网络混沌系统,研究该网络模型的 H^{∞} 混沌同步问题.基于Lyapunov稳定性理论和自适应控制方法,实现了系统 H^{∞} 同步控制,给出了同步的充分条件.

关键词: 房地产风险投资; H^{∞} 同步控制; 复杂网络; 混沌系统

中图分类号: O482.4; F293.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.2095-476X.2015.02.021

H^{∞} synchronization control of real estate risk investment complex networks chaos system

MAO Bei-xing, WANG Jian-jun, WANG Dong-xiao

(*Department of Mathematics and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou* 450015, *China*)

Abstract: The real estate investment system was built to the complex networks chaos system and the chaos H^{∞} synchronization of this network model was studied. The sufficient conditions for achieving the H^{∞} synchronization and synchronization of the system were derived based on Lyapunov stability theory and self-adaptive control approach.

Key words: real estate risk investment; H^{∞} synchronization control; complex network; chaos system

0 引言

关于房地产风险投资的理论研究引起了众多学者的关注:文献[1-2]研究了房地产投资风险的分析与防范问题;文献[3]研究了房地产风险投资的评估、评价和管理.文献[4]研究了外部扰动下一类参数未知的混沌系统的观测器 H^{∞} 同步问题;文献[5]研究了随机扰动下一般混沌系统的 H^{∞} 同步问题.但上述系统均不属于复杂网络混沌系统,关于复杂网络混沌系统 H^{∞} 同步方面的研究还相对较少.文献[6]将房地产系统建模为细胞神经网络模型,研究了该模型的稳定性.本文拟将房地产风险投资建模为时滞复杂网络混沌系统,研究该模型的房地产复杂网络系统的 H^{∞} 同步问题,并基于Lyapunov稳定性理论和自适应控制方法,实现系统 H^{∞} 同步控制,并给出同步的充分性条件.

1 主要结果

考虑房地产风险投资复杂网络混沌系统:

收稿日期:2014-09-11

基金项目:国家自然科学基金数学天元基金项目(11226337);河南省科技厅基础与前沿技术研究计划项目(142300410410);航空基金项目(2013ZD55006);河南省高等学校青年骨干教师资助计划项目(2013GGJS-142);郑州航空工业管理学院青年基金(2014113002)

作者简介:毛北行(1976—),男,河南省洛阳市人,郑州航空工业管理学院副教授,主要研究方向为复杂网络与混沌同步.

$$\dot{x}_i(t) = -c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^{N} a_{ij} f(x_j(t)) + \sum_{j=1}^{N} b_{ij} f(x_j(t-\tau)) + D_i \omega_i(t) + u_i(t) \quad ①$$

其中,$\omega_i(t)$ 为外部扰动;$u_i(t)$ 为系统输入;a_{ij},b_{ij} 分别代表 t,$t-\tau$ 时刻第 j 个开发商房产售价对第 i 个开发商的影响因子,满足 $a_{ij} \geqslant 0$,$b_{ij} \geqslant 0$,$i \neq j$,对角线元素定义为 $a_{ii} = -\sum_{i=1,i\neq j}^{N} a_{ij}$,$b_{ii} = -\sum_{i=1,i\neq j}^{N} b_{ij}$.

定义 1 如果 $t \to \infty$ 时,$x_1(t) = x_2(t) = \cdots = x_N(t) = s(t)$,其中 $s(t)$ 是 $\dot{s}(t) = f(s(t))$ 的一个孤立节点的解,则称网络①是同步的.

定义 2 如果对给定的 $\gamma > 0$,以及对称正定矩阵 S,在适当的控制律下满足 $\int_0^{\infty} e_i^{\mathrm{T}}(t) S e_i(t)\,\mathrm{d}t < \gamma^2 \int_0^{\infty} \omega_i^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)\,\mathrm{d}t$,则称网络系统①为 H^{∞} 混沌同步的.

引理 1 给定适当维数的矩阵 $\boldsymbol{Y}$,$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$,$\boldsymbol{F}$,当且仅当存在一个常数 $\lambda > 0$,使得 $\boldsymbol{Y} + \lambda \boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} + \lambda^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E} < 0$,则 $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{DFE} + \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} < 0$ 对所有满足 $\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} \leqslant \boldsymbol{I}$ 的矩阵 $\boldsymbol{F}$ 成立.

假设 1

$$\|f(x_j(t)) - f(s(t))\| \leqslant L_1 \|x_j(t) - s(t)\|$$

$$\|f(x_j(t-\tau)) - f(s(t-\tau))\| \leqslant L_2 \|x_j(t-\tau) - s(t-\tau)\|$$

定理 1 如果存在对称正定矩阵 S,控制器 $u_i(t) = -\alpha_i e_i(t)$,适应律 $\dot{\alpha}_i = \beta_i e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t)$,若满足不等式 $N(\sigma_1 + \sigma_2 + 1) + \boldsymbol{S} - c_i - \alpha^* + \frac{D_i^{\mathrm{T}} D_i}{4\gamma^2} < 0$,则网络系统①是 H^{∞} 混沌同步的,且具有 H^{∞} 性能 γ,其中 α_i^* 是对 α_i 的观测值.

证明 定义系统误差为 $e_i(t) = x_i(t) - s(t)$,则其导数为

$$\dot{e}_i(t) = -c_i e_i(t) + \sum_{j=1}^{N} a_{ij} [f(x_j(t)) - f(s(t))] + \sum_{j=1}^{N} b_{ij} [f(x_j(t-\tau)) - f(s(t-\tau))] + \boldsymbol{D}_i \omega_i(t) + u_i(t)$$

构造 Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) + \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_{t-\tau}^{t} e_i^{\mathrm{T}}(s) e_i(s)\,\mathrm{d}s + \sum_{i=1}^{N}\frac{(\alpha_i - \alpha_i^*)^2}{2\beta_i}$$

$$\dot{V} + \sum_{i=1}^{N} [e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{S} e_i(t) - \gamma^2 \omega_i^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)] \leqslant \sum_{i=1}^{N} -(c_i + \alpha_i) e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} a_{ij} L_1 e_j(t) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} b_{ij} L_2 e_j(t-\tau) + \sum_{i=1}^{N} [e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{S} e_i(t) - \gamma^2 \omega_i^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)] + \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) - \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t-\tau) e_i(t-\tau) + \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{D}_i \omega_i(t) + \sum_{i=1}^{N} (\alpha_i - \alpha_i^*) e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t)$$

根据引理 1 可知

$$\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{D}_i \omega_i(t) \leqslant \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_i e_i(t)}{4\gamma^2} + \gamma^2 \omega_i^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)\right]$$

利用引理 1:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) a_{ij} L_1 e_j(t) \leqslant \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} a_{ij}^2 L_1^2 e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) + \frac{N}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^{\mathrm{T}}(t) e_j(t) = \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} a_{ij}^2 L_1^2 e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) + \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) b_{ij} L_2 e_j(t-\tau) \leqslant \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} b_{ij}^2 L_2^2 e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t) + \frac{N}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^{\mathrm{T}}(t-\tau) e_j(t-\tau)$$

令

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\lambda_{\max}(L_1^2) \max_{1\leqslant i,j\leqslant N}\{a_{ij}^2\}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\lambda_{\max}(L_2^2) \max_{1\leqslant i,j\leqslant N}\{a_{ij}^2\}$$

$$\dot{V} + \sum_{i=1}^{N} [e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{S} e_i(t) - \gamma^2 \omega_i^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)] \leqslant \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}}(t) \left[N(\sigma_1 + \sigma_2 + 1) + \boldsymbol{S} - c_i - \alpha^* + \frac{\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_i}{4\gamma^2}\right] e_i(t)$$

若满足 $N(\sigma_1 + \sigma_2 + 1) + \boldsymbol{S} - c_i - \alpha^* + \frac{\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_i}{4\gamma^2} < 0$,则有 $\int_0^{\infty} e_i^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{S} e_i(t)\,\mathrm{d}t \leqslant \gamma^2 \int_0^{\infty} \omega_t^{\mathrm{T}}(t)\omega_i(t)\,\mathrm{d}t$. 从而网络系统①与其同步流形 H^{∞} 混沌同步.

如果外部扰动 $\omega_i(t) = 0$,则很容易得到如下推

论.

推论　选取控制器 $u_i(t) = -\alpha_i e_i(t)$，适应律 $\dot{\alpha}_i = \beta_i e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t)$ 若满足不等式 $N(\sigma_1 + \sigma_2 + 1) - c_i - \alpha^* < 0$，则网络系统①是混沌同步的.

2　数值算例

笔者以两个开发商为例，对本文得出的结论进行验证，令

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 0.125f(x_1(t)) + 0.25f(x_2(t)) + 0.25f(x_2(t-\tau)) + 1$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 0.25f(x_1(t)) + 0.125f(x_2(t)) + 0.25f(x_1(t-\tau)) - 0.5$$

$$f_i(x_i(t)) = 0.5[\,|x_i(t)+1| - |x_i(t)-1|\,]$$

$$\tau = 1.27, c_i = 0.2, \gamma = 0.3, \boldsymbol{S} = \mathrm{diag}(0.2, 0.2)$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0.125 & 0.125 \\ -0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.25 \\ 0.25 & -0.25 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_i = [1 \quad 1]^{\mathrm{T}}, L_1 = 0.462, L_2 = 0.543$$

以两阶节点为例，$N = 2, \sigma_1 = 0.1406, \sigma_2 = 0.0625$，上述系统与其对应的响应系统为

$$\dot{y}_1(t) = -y_1(t) + 0.125f(y_1(t)) + 0.25f(y_2(t)) + 0.25f(y_2(t-\tau)) + 1 + u_1(t)$$

$$\dot{y}_2(t) = -y_2(t) + 0.25f(y_1(t)) + 0.125f(y_2(t)) + 0.25f(y_1(t-\tau)) - 0.5 + u_2(t)$$

$$f_i(y_i(t)) = 0.5[\,|y_i(t)+1| - |y_i(t)-1|\,]$$

初始值 $\beta_i = 0.5i, \alpha_i = 7 + 0.5i, s = (2, -1)$，$x_i = (-2 + 0.5i, 2 + 0.5i)$，$u_i(t) = -\alpha_i e_i(t)$，$\dot{\alpha}_i = \beta_i e_i^{\mathrm{T}}(t) e_i(t)$，其中 $u_i(t)$ 表示房地产投资策略引起的经济增长，对应系统的误差曲线如图 1 所示.

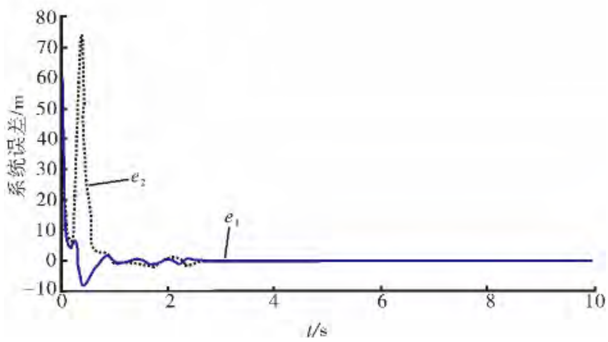

图 1　系统的误差曲线

3　结论

本文研究并实现了房地产风险投资复杂网络混沌系统的 H^∞ 混沌同步控制问题，得出了同步的充分条件. 利用所得结论，当房地产投资系统出现混沌现象时，通过调节控制信号，能够及时地对房地产金融投资策略进行调整，实现房地产投资系统的协调发展.

参考文献:

[1] 罗登跃. 基于非线性混沌动力学模型的宏观经济系统运行实证分析[J]. 数量经济技术经济研究，2005，16(10)：272.

[2] 阮萍，陈志敏. 对房地产与投资风险的认识[J]. 经济问题探索，2000，34(4)：16.

[3] 张建旭. 房地产投资风险分析与防范研究[J]. 经营与管理，2008：27(1)：23.

[4] 孟晓玲，周长芹，毛北行. 外部扰动下一类参数未知的混沌系统的观测器 H^∞ 同步[J]. 河南科学，2012，30(10)：1427.

[5] 涂俐兰，柯超，丁咏梅. 随机扰动下一般混沌系统的 H^∞ 同步[J]. 物理学报，2011，60(5)：8031.

[6] 姚洪兴，王娜娜. 房地产风险投资模型的稳定性分析[J]. 统计与决策，2010，311(11)：41.