

# 基于改进 GM(1,1) 模型的猪肉价格预测研究

谷国玲<sup>1</sup>, 戴秀英<sup>1</sup>, 刘杰<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学 经济管理学院, 吉林 长春 130022;

2. 西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710129)

**摘要:** 针对猪肉价格受多因素影响、难以运用固定的数学模型进行精确预测的问题, 提出一种改进的 GM(1,1) 模型. 该模型主要通过改善 GM(1,1) 的背景值和运用  $M$  次累加的方法对灰色模型进行残差校正, 进而把猪肉价格变化当作一个灰色系统, 采用等维递补的方法预测猪肉价格的发展走势. 以吉林省猪肉价格为依据, 用改进的 GM(1,1) 模型预测未来猪肉的价格较原始 GM(1,1) 模型预测精度更好. 这表明, 改进模型对于提高生产者的收益、促进猪肉市场的良性发展具有现实意义.

**关键词:** 猪肉价格预测; GM(1,1) 模型;  $M$  次累加; 残差校正; 等维递补法

**中图分类号:** O232; N941.5; S828 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.2095-476X.2015.02.023

## Prediction of pork price based on improved GM(1,1) model

GU Guo-ling<sup>1</sup>, DAI Xiu-ying<sup>1</sup>, LIU Jie<sup>2</sup>

(1. College of Economics and Management, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

**Abstract:** Aiming at the price of pork influenced by many factors, and the difficulty to use fixed mathematical model to predict them accurately, an improved GM(1,1) model was presented. This model used improved background value and  $M$  accumulating generation operator(AGO) method residual correction, took the changes of pork's price as a gray system, and used dimensions additional methods to predict the development trend of the price. The prediction accuracy was better. Taking the pork price in Jilin Province as an example, using improved GM(1,1) model to forecast the future price of pork had practical significance for improving the producer income and promoting benign development of pork market.

**Key words:** prediction of pork price; GM(1,1) model;  $M$  accumulating generation operator(AGO); residual correction; dimensions additional method

## 0 引言

猪肉是居民日常生活中非常普遍的肉类食品, 其价格的波动与居民生活和生产者的利益密切相关. 猪肉价格影响猪肉市场的供应量与需求量: 价格上涨时, 市场需求量较大, 生产者有利可图, 扩大养殖规模, 导致供过于求, 猪肉价格下跌; 猪肉价格下跌后, 生产者无利可图, 缩小养殖规模, 导致供小

于求, 猪肉价格上涨. 如果猪肉价格波动较大, 就会严重影响生产者利益和市场秩序, 因此预测猪肉未来市场价格, 对于提高生产者的收益、促进猪肉市场的良性发展具有现实意义<sup>[1]</sup>.

目前, 国内外预测模型方法有很多, 比如经典算法中的指数平均法、时间序列法和趋势外推法等, 现代算法中的 ARIMA 模型、神经网络模型、灰色系统模型等<sup>[2]</sup>. 对于猪肉价格的预测, 其核心问

收稿日期: 2014-11-14

作者简介: 谷国玲(1990—), 女, 山东省菏泽市人, 长春理工大学硕士研究生, 主要研究方向为战略管理.

题是预测数学模型的建立. 灰色系统模型即 GM(1, 1) 模型自提出后在许多领域获得了广泛应用. GM(1, 1) 模型相对简单, 对历史数据要求少, 运算方便, 易于检验, 但在实际操作中还有一定的局限性<sup>[3]</sup>.

本文提出改进的 GM(1, 1) 模型, 通过构造新的插值函数改善 GM(1, 1) 的背景值, 然后利用  $M$  次累加对灰色系统模型进行残差校正, 其中背景值改善主要根据无偏灰色模型理论, 并采用 Cotes 公式计算新的背景值. 将改进后的 GM(1, 1) 模型用于未来吉林省猪肉价格的预测, 以期政府宏观调控和确定生产者养殖规模提供理论和数据基础.

### 1 传统的 GM(1, 1) 建模

GM(1, 1) 模型自 1980 年代初提出后, 经过 30 多年的发展, 目前广泛应用于经济管理、工程控制、社会系统等众多领域<sup>[4]</sup>. GM(1, 1) 模型通过累加生成转换为非减递增数列, 这样能够削弱原来样本数据的随机性, 其基本形式为

$$X^{(0)} = [x^{(0)}(1) \quad x^{(0)}(2) \quad \dots \quad x^{(0)}(n)]$$

进行一次累加 (1-AGO) 生成的新序列为

$$X^{(1)} = [x^{(1)}(1) \quad x^{(1)}(2) \quad \dots \quad x^{(1)}(n)] \quad (1)$$

其中  $x^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t x^{(0)}(i) \quad t = 1, 2, \dots, n$ .

通过新序列 (1) 求得 GM(1, 1) 模型背景值序列

$$Z^{(1)}(t) = \int_{t-1}^t x^{(1)}(t) dt =$$

$$0.5 [x^{(1)}(t) + x^{(1)}(t-1)] \quad t = 2, 3, \dots, n$$

GM(1, 1) 模型对应白化微分方程为

$$\begin{cases} \frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \\ x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \end{cases}$$

其中  $a$  为待识别参数或 GM(1, 1) 的发展系数,  $b$  为灰作用量或待识别参数.

令  $\hat{a} = [a \quad b]$  为参数列, 且

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \dots \\ x^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

由最小二乘法求出

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

求取灰色系统模型为

$$x^{(0)}(t+1) = x^{(1)}(t+1) - x^{(1)}(t) = (1 - e^a) [x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}] e^{at} \quad t = 1, 2, \dots, n$$

在初值和模型固定不变的条件下, 参数  $a$  和  $b$  的估计值取决于背景值的计算精度, 因此, 减小  $\int_{k-1}^k x^{(1)}(t) dt$  的计算误差, 能够改善 GM(1, 1) 模型的预测精度和拟合精度<sup>[5-6]</sup>.

### 2 改进的 GM(1, 1) 模型

#### 2.1 背景值改变

在传统 GM(1, 1) 中, 通过梯形公式计算背景值  $Z^{(1)}$  误差较大, 精度较低, 从而导致模型总体预测偏差较大<sup>[7]</sup>. 为使求积公式拥有更好的代数精度, 同时又可以减小  $\int_{k-1}^k x^{(1)}(t) dt$  的积分误差, 本文采用五点插值 Newton-Cotes 型求积公式<sup>[8]</sup>, 即

$$Z^{(1)}(k) = \frac{7}{90}x^{(1)}(k-1) + \frac{16}{45}x^{(1)}(k-1 + \frac{1}{4}) + \frac{12}{90}x^{(1)}(k-1 + \frac{1}{2}) + \frac{16}{45}x^{(1)}(k-1 + \frac{3}{4}) + \frac{7}{90}x^{(1)}(k) \quad (2)$$

在上式背景值的计算中, 为避免高次插值多项式的不稳定性, 并充分利用灰色模型信息, 本文采用 (2) 中函数  $x^{(1)}(t)$  构建模型背景值并实现误差改善.

在无偏灰色系统模型理论中, 认为传统 GM(1, 1) 模型是有偏差的指数模型, 因此需要考虑一次累加生成序列呈指数增长的前提条件. 通过详细推理计算, 可得一次累加生成序列的动态预测模型

$$\tilde{x}^{(1)}(t) = \beta \frac{e^{\alpha t} - 1}{e^\alpha - 1}$$

式中  $\alpha = \ln(\frac{2-c}{2+c})$ ,  $\beta = \frac{2d}{2+c}$ , 参数  $c$  和  $d$  都为原始数据序列.

#### 2.2 残差校正

实践证明, 即便对背景值进行了优化提高, 但实际数学模型的估计值  $\hat{x}^{(0)}(i)$  与真实值  $x^{(0)}(i)$  之间仍会存在误差

$$\varepsilon^{(0)}(i) = \varepsilon(i) + |\min_{i \leq j \leq n} \varepsilon(j)|$$

通常来说,  $\varepsilon^{(0)}(i)$  波动剧烈, 随机性较大, 经过一次累加后得到的序列仍不是光滑单增曲线. 本文将对  $\varepsilon^{(0)}(i)$  进行  $M$  次累加处理, 然后对  $\hat{x}^{(0)}(i)$  进一步进行修正. 进行  $M$  次累加处理获得

$$\begin{cases} E^{(m)} = \{e^{(m)}(i) \quad i = 1, 2, \dots, n\} \\ \varepsilon^{(m)}(i) = \sum_{j=1}^i \varepsilon^{(m-1)}(j) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ m = 1, 2, \dots, M \end{cases}$$

式中,  $M$  值视具体情况而定, 其选取的原则应使  $E^{(m)}$  序列尽可能光滑, 通常来说,  $M$  越大, 则曲线越光滑, 随机弱化也越明显. 一般取  $M = 1 \sim 4$ . 对初值样本利用如下残差估计方法进行校正:

$$x(i) = \hat{x}^{(0)}(i) + \varepsilon(i)$$

### 3 改进的 GM(1, 1) 模型在猪肉价格预测中的应用

猪肉价格受到多种因素的影响, 比如季节、饲料价格等, 同时它又会影响到生猪的存栏量和出栏量, 故未来猪肉价格的合理预测具有重要意义. 可将猪肉价格看成一个灰色系统, 在这个系统的发展过程中, 随着时间的变化, 会有一些不可预知的因素进入系统, 影响系统的发展. 本文提出的改进灰色系统模型进行短期数据预测具有较好的效果, 因此, 实际运用时需要淡化旧信息, 把新信息放到建模数据中, 建立新信息模型来提高中长期预测准确度. 具体来说就是运用等维递补方法. 等维递补是指去掉已知的数列中最老的数据, 并补充用灰色模型预测出来的值, 仍然保证数列等维, 并利用新的数列重新建立灰色系统模型, 进行下一个值的预测, 依次循环进行, 直到达到预测精度或者完成预测目标为止.

#### 3.1 改进的 GM(1, 1) 模型验证

本文分别运用 GM(1, 1) 模型和改进 GM(1, 1) 模型对吉林省 2001—2013 年猪肉价格进行预测检验, 比较预测值与实际值之间的误差, 结果如图 1 所示. 对吉林省 2014 年 1—10 月份猪肉价格进行预测检验, 比较预测值与实际值之间的误差, 结果如图 2 所示.

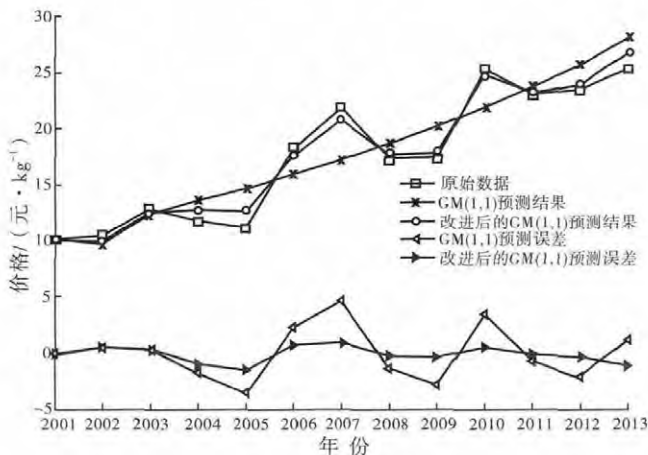


图 1 2001—2013 年吉林省猪肉年平均价格新、旧预测模型预测结果对比验证

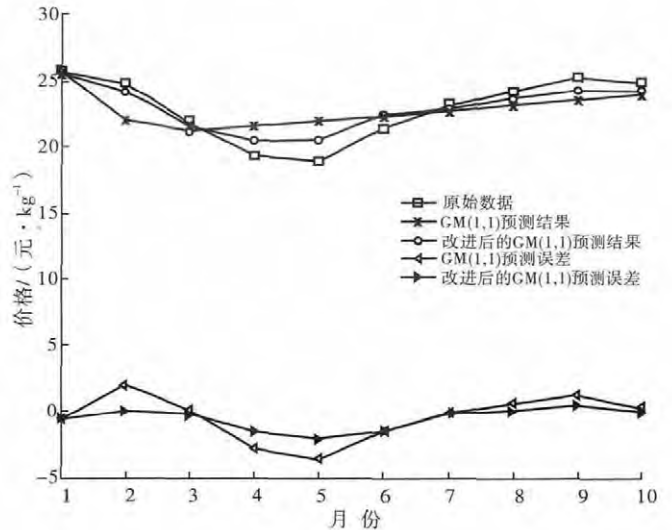


图 2 2014 年 1—10 月吉林省猪肉月平均价格新、旧预测模型预测结果对比验证

由图 1 和图 2 可以看出, GM(1, 1) 模型的预测结果与真实值相比, 差别较大, 而运用等维递补方法进行数据处理的改进 GM(1, 1) 模型, 将预测出的最新结果替换原始数据, 不断更新原始数列, 对数据的预测能力更好. 从 GM(1, 1) 模型和改进 GM(1, 1) 模型的预测误差波动中可以看出, 改进 GM(1, 1) 模型预测误差波动较小, 说明对数据的预测精度较高. 这表明, 改进 GM(1, 1) 模型对猪肉价格的预测误差较小, 对于未来(每年或每月)猪肉价格的预测具有一定的应用价值.

#### 3.2 改进的 GM(1, 1) 模型运用

在验证了改进 GM(1, 1) 模型对数据预测的精确性和有效性之后, 笔者根据上述改进模型预测了 2001—2014 年猪肉平均价格, 通过对比预测值与实际值的误差对 2015—2016 年猪肉平均价格进行预测, 结果如图 3 所示.

由图 3 可以看出, 2015—2016 年猪肉年平均价格分别为 32.93 元/kg, 31.21 元/kg. 从预测结果可看出猪肉年平均价格整体呈上升趋势, 随着玉米、豆粕等饲料价格的增长, 生猪养殖成本增加, 市场上猪肉的价格也呈现微升的趋势. 由于市场上猪肉价格上升引起市场需求量增加, 此时生产者应避免盲目扩大养殖规模而导致市场供过于求的后果; 畜牧业管理部门以及与之相关的企业应及时披露市场信息, 让生产者把握住市场行情进而进行合理的调整.

综上所述, 改进 GM(1, 1) 模型对未来猪肉价格

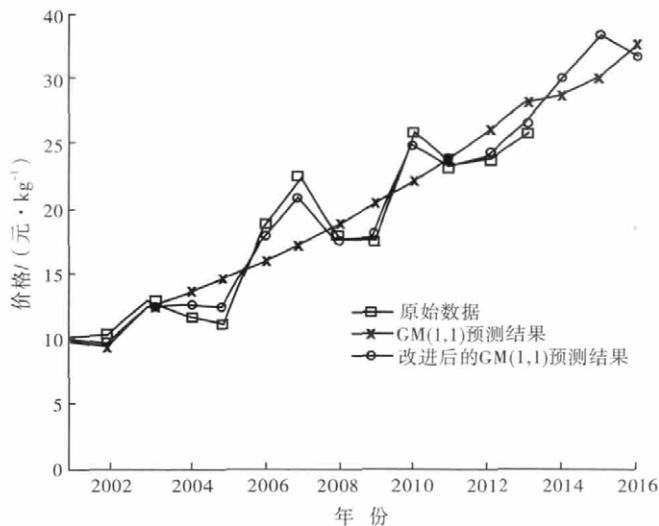


图3 利用改进 GM(1,1)模型对猪肉年平均价格的验证与预测

进行预测,可为生产者、畜牧业管理部门以及相关企业决策提供依据,便于生产者调整养殖计划,减弱由于信息不对称所带来的牛鞭效应.

#### 4 结语

本文通过改善 GM(1,1) 的背景值和运用 M 次累加的方法,对灰色系统模型进行残差校正,得到改进的 GM(1,1) 模型,进而把猪肉价格看作灰色系统,运用等维递补的方法,根据吉林省 2001—2013 年猪肉价格数据和 2014 年 1—10 月猪肉价格数据验证改进 GM(1,1) 模型,能够发现相对原模型,改进模型的预测精度较高,误差相对较小,最后利用改进的 GM(1,1) 模型对吉林省猪肉价格进行中短期预测,为吉林省政府宏观调控猪肉市场以及生产

者生猪存栏量和出栏量提供了数据基础,并且方便畜牧业管理部门以及相关企业根据猪肉市场变化及时发布信息,保证生产者掌握市场行情,作出合理决策.

#### 参考文献:

- [1] 张贺. 吉林猪肉价格波动特征及影响因素分析[J]. 市场与贸易, 2014(8): 121.
- [2] 李俊芳, 张步涵, 谢光龙, 等. 基于灰色模型的风速-风电功率预测研究[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(19): 151.
- [3] 张清华, 隋立芬, 牟忠凯, 等. 利用改进灰色模型的种差预报算法及其精度分析[J]. 测绘科学, 2012, 37(1): 51.
- [4] 贺跃进, 刘玉琳, 刘志都. 灰色系统理论在机械故障预报中的应用[J]. 郑州轻工业学院学报: 自然科学版, 1995, 10(4): 54.
- [5] 穆海林, 王文超, 宁亚东, 等. 基于改进灰色模型的能源消费预测研究[J]. 大连理工大学学报, 2011, 51(4): 493.
- [6] 王义闹, 刘开第, 李应川. 优化灰导数白花值的 GM(1,1) 建模发[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(5): 124.
- [7] 谭冠军. GM(1,1) 模型的背景值构造方法和应用(1)[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(5): 125.
- [8] 吉培荣, 黄巍松, 胡翔勇. 无偏灰色预测模型[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(6): 6.
- [9] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [10] 邓聚龙. 灰色预报与决策[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1988.