

一类五维线性神经网络的 复杂动力学行为研究

刘娜, 周琼, 孙君曼

(郑州轻工业学院 电气信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘要:针对一类五维线性神经网络模型,通过引入一个保证系统一致有界的控制器,并研究该被控系统相空间体积元的变化率、Lyapunov 指数,以及与耗散度之间的关系,得到系统状态的判断依据,即当参数不同时,系统分别为耗散混沌系统、保守系统和不稳定系统.仿真结果表明:改变系统参数值,系统随之呈现复杂动力学行为;系统参数满足一定条件时,被控系统进入超混沌状态.

关键词:五维线性神经网络;复杂动力学行为;超混沌系统;李雅普诺夫指数

中图分类号: O415.5; TP13 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.2095-476X.2015.5/6.027

Research on the complex dynamical behavior for a 5-dimensional linear neural network

LIU Na, ZHOU Qiong, SUN Jun-man

(College of Electric and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: Aiming at the model of a 5-dimensional linear neural network, a controller which could ensure that the solution of the controlled system was uniformly bounded was introduced to analyze the relationship between the change rate of the phase volume, Lyapunov exponents and the divergence of system. A judging standard for the controlled system was obtained, which meant that different system parameter would present different state, such as dissipative chaos system, conservative system and unstable system. Simulation results show that the system would present complex dynamical behaviors while the system parameters change, and the controlled system would be hyperchaotic when some conditions were satisfied.

Key words: 5-dimensional linear neural network; complex dynamical behavior; hyperchaotic system; Lyapunov exponent

0 引言

混沌是一种由确定性非线性系统产生的、对于初值较为敏感而具有内随机性和长期预测不可能性的往复非周期运动.混沌现象广泛存在于自然界,故也广泛存在于物理学、化学、应用数学、生态学、技术科学、经

收稿日期: 2015-06-05

基金项目: 河南省科技厅科技攻关项目(122102210071);河南省高等学校重点科研项目(15A120022);郑州轻工业学院博士科研基金项目(2014BSJJ047)

作者简介: 刘娜(1982—),女,湖南省新化市人,郑州轻工业学院讲师,博士,主要研究方向为混沌控制、复杂网络的传播动力学分析等.

通信作者: 孙君曼(1969—),女,河南省驻马店市人,郑州轻工业学院教授,博士,主要研究方向为智能控制与电子技术.

济学等各种学科领域. 混沌运动的基本特点是系统的演化对初始条件非常敏感: 两个极靠近的初值所产生的轨道, 将随时间推移按指数方式分离. Lyapunov 指数就是衡量系统对于初始条件的敏感程度和在动力学特性上发散程度的参数. 一个简单的混沌系统至少有 1 个正 Lyapunov 指数, 超混沌系统则有多于 1 个的正 Lyapunov 指数, 使得超混沌系统表现出更加复杂的动力学行为, 相对于一般混沌系统具有更大的随机性和更强的不稳定性.

超混沌系统有着广泛的应用, 比如非线性电路、激光、密码学和保密通信等^[1-5]. 近年来, 研究超混沌系统的实现方法取得了很多成果. O. E. Rossler^[6] 首先用计算机仿真的方法获得了超混沌系统. T. Matsumoto 等^[7] 对超混沌系统进行了电子电路实验和数值分析. G. Qi 等^[8-9] 从一个新的三维二次混沌系统生成了一个四翼的混沌吸引子, 并分析了其混沌状态. S. Nikolov 等^[10] 根据已有的 Rossler 超混沌系统, 对其中第 3 个方程中的常数进行变异来得到改进的超混沌系统, 超混沌的存在通过 Lyapunov 指数和信息维的计算来确认. 刘扬正^[11] 在三维 Lü 系统的基础上增加一维状态, 构建了一个新的四维超混沌 Lü 系统, 并简要地分析了该系统平衡点的性质、超混沌吸引子的相图、Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数等特性, 设计了一种实现四维超混沌系统的实际电路. C. W. Shen 等^[12] 探讨了一种新的配置超混沌系统多个正的 Lyapunov 指数的方法, 提出了两个使用这种方法的原则, 并且给出了实例来验证这种方法的正确性. C. W. Shen 等^[13-14] 通过一种简单的模型实现了配置任意数量正 Lyapunov 指数的方法, 并给出了系统性的推导, 从而为高维系统混沌化提供了一种新的选择; 此外, 还提出了一种系统性地建立多个正 Lyapunov 指数的方法, 并用相应的电路实验验证了方法的正确性. 本文拟基于一类五维线性神经网络, 通过施加有界控制, 使得被控系统呈现复杂动力学行为, 并通过实际算例证实, 在系统参数满足一定条件时, 被控系统进入超混沌状态.

1 模型构建

首先给出如下一类线性五维神经网络模型:

$$\dot{x} = Ax \tag{1}$$

其中

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T \in R^5 \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \in R^{5 \times 5}$$

对系统 ① 施加一类一致有界的可微非线性控制器 $u = B \sin x$. 其中控制矩阵

$$B = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ d & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad d \in R$$

此时, 被控神经网络系统可以改写为

$$\dot{x} = Ax + B \sin x \tag{2}$$

或

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ d & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin x_1 \\ \sin x_2 \\ \sin x_3 \\ \sin x_4 \\ \sin x_5 \end{pmatrix} \tag{3}$$

系统 ③ 的雅可比矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} & \frac{\partial f_1}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} & \frac{\partial f_3}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} & \frac{\partial f_4}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_3} & \frac{\partial f_5}{\partial x_4} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} + d\cos x_2 & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} + d\cos x_3 & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} + d\cos x_4 & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} + d\cos x_5 \\ a_{51} + d\cos x_1 & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

由于相空间体积元的变化率、Lyapunov 指数和与耗散度 ∇V 之间存在以下关系:

$$\sum_{i=1}^5 LE_i = \nabla V = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \frac{\partial f_3}{\partial x_3} + \frac{\partial f_4}{\partial x_4} + \frac{\partial f_5}{\partial x_5} = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55}$$

其中 LE_i 为第 i 个 Lyapunov 指数, $\sum_{i=1}^5 LE_i$ 为 5 个 Lyapunov 指数之和,因此可以得到定理 1.

定理 1 如果满足 $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55} < 0$, 则系统 ② 为五维耗散混沌系统;如果满足 $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55} = 0$, 则系统 ② 为五维保守系统;如果满足 $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55} > 0$, 则系统 ② 为五维不稳定系统.

2 仿真结果与分析

为方便仿真,以 $A = \begin{pmatrix} a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a \\ a & 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ 为例,此时被控神经网络模型 ② 可以写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 + ax_2 + d\sin x_2 \\ \dot{x}_2 = ax_2 + ax_3 + d\sin x_3 \\ \dot{x}_3 = ax_3 + ax_4 + d\sin x_4 \\ \dot{x}_4 = ax_4 + ax_5 + d\sin x_5 \\ \dot{x}_5 = ax_5 + ax_1 + d\sin x_1 \end{cases} \quad (4)$$

系统 ④ 的雅可比矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} a & a + d\cos x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a + d\cos x_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a + d\cos x_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a + d\cos x_5 \\ a + d\cos x_1 & 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

则

$$\sum_{i=1}^5 LE_i = \nabla V = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \frac{\partial f_3}{\partial x_3} + \frac{\partial f_4}{\partial x_4} + \frac{\partial f_5}{\partial x_5} = 5a$$

系统 ④ 的平衡点为 $(0,0,0,0,0)$. 取 $a = -1, d = 6$, 初值 $x_0 = (0.1, -0.1, 0.1, 0.1, -0.1)^T$, 进行仿真, 得到相应的 Lyapunov 指数谱. 指数谱中的曲线分布在 0.544 0 附近有 2 条, -5.000 附近有 2 条, 4.000 附近有 1 条. 0.544 0 和 -5.000 附近曲线分布放大图如图 1, 图 2 所示.

由于

$$\sum_{i=1}^5 LE_i = 3.999\ 2 + 0.544\ 79 + 0.544\ 74 - 5.044\ 1 - 5.044\ 7 = -4.970\ 07 \approx -5$$

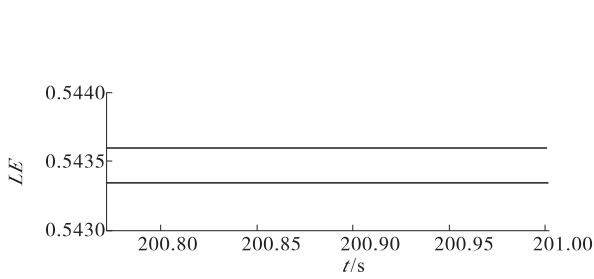


图1 $a = -1, d = 6$ 时系统的 Lyapunov 指数谱在 0.544 0 附近的曲线分布放大图

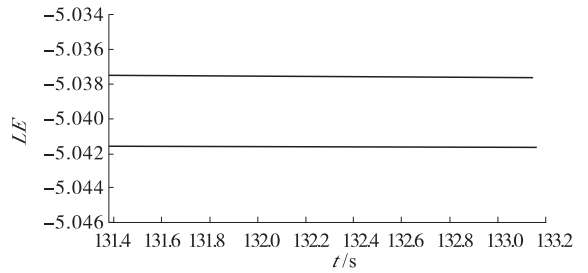


图2 $a = -1, d = 6$ 时系统的 Lyapunov 指数谱在 -5.000 附近的曲线分布放大图

所以,此时五维系统有3个正的 Lyapunov 指数,且 Lyapunov 指数之和小于0,系统为超混沌系统.图3为此时系统的状态相图,更进一步验证了系统已进入超混沌状态.

取 $a = 0, d = 6$,系统最终收敛在(0,0,0,0,0)点.

取 $a = 1, d = 6$,系统的 Lyapunov 指数谱分布在 3.163 附近有 2 条, -4.662 附近有 2 条,8.000 附近有 1 条. -4.662 附近曲线分布放大图如图 4 所示,3.163 附近的两个值非常接近,几乎一样.

$$\sum_{i=1}^5 LE_i = 7.9992 + 3.1628 + 3.1628 - 4.6621 - 4.6627 = 5 \approx 5a$$

此时五维系统有 3 个正的 Lyapunov 指数,且 Lyapunov 指数之和大于 0,由系统状态相图(图 5)可以看出,系统呈现发散趋势,为五维不稳定系统.

3 结语

本文针对一类五维线性神经网络,通过施加一类一致有界的可微非线性控制器使其超混沌,并给出了相应的理论分析和结果.通过仿真得出被控系统的 Lyapunov 指数谱和各状态相图,分析了不同控制参数下系统的不同状态,得出系统参数满足一定条件时、被控系统进入超混沌状态的结论.

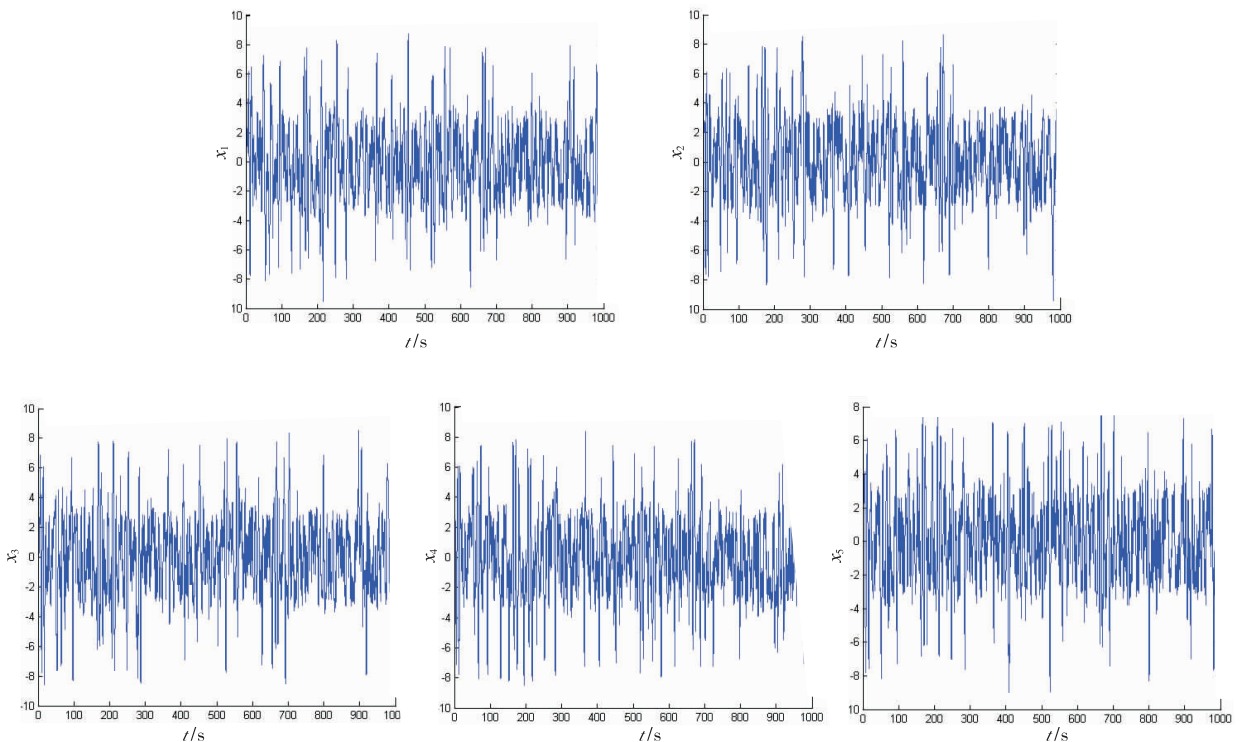


图3 $a = -1, d = 6$ 时系统各状态相图

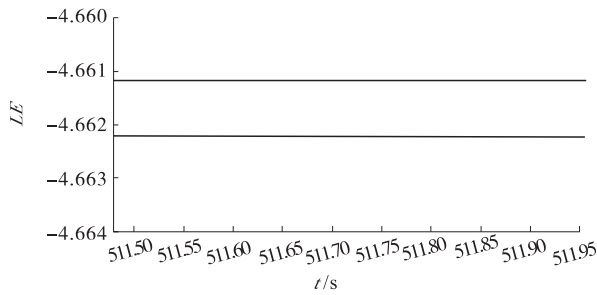


图4 $a = -1, d = 6$ 时系统的 Lyapunov 指数谱在 -4.662 附近的曲线分布放大图

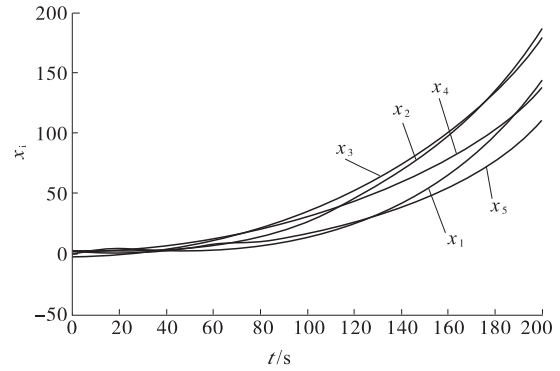


图5 $a = 1, d = 6$ 时系统各状态相图

参考文献:

- [1] Wu C H, Zhang Y B, Yang N N. Analysis of a novel four-wing hyperchaotic system from pseudo to real and circuit experimental research [C] // Information Science, Electronics and Electrical Engineering (ISEEE), Sapporo: IEEE, 2014: 1138 - 1142.
- [2] Hammami S. Hybrid synchronization of discrete-time hyperchaotic systems based on aggregation techniques for image encryption [C] // Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), Sousse: IEEE, 2013, 325 - 330.
- [3] Abooe A, Jahed-Motlagh M R. A new hyperchaotic secure communication scheme and its circuitry realization [C] // Electrical Engineering (ICEE), Iranian: IEEE, 2014: 1295 - 1300.
- [4] Hammami S. Using discrete-time hyperchaotic-based asymmetric encryption and decryption keys for secure signal transmission [C] // Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP), Manchester: IEEE, 2014: 1054 - 1059.
- [5] Said Sadoudi, Camel Tanougast, Mohamed Salah Azzaz, et al. Design and FPGA implementation of a wireless hyperchaotic communication system for secure real-time image transmission [J]. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 2013(1): 43.
- [6] Rossler O E. An equation for hyperchaos [J]. Phys Lett A, 1979, 71: 155.
- [7] Matsumoto T, Chua L O, Kobayashi K. Hyperchaos: laboratory experiment and numerical confirmation [J]. IEEE Trans Cite Syst I, 1986, 33: 1143.
- [8] Qi G, Chen G, M A van Wyk, et al. A four-wing chaotic attractor generated from a new 3-D quadratic chaotic system [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2008, 38: 705.
- [9] Cang S, Qi G. A four-wing-hyper-chaotic attractor and transient chaos generated from a new 4-D quadratic autonomous system [J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 46(4): 263.
- [10] Nikolov S, Clodong S. Occurrence of regular chaotic and hyperchaos behavior in a family of modified Rossler hyperchaotic systems [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2004, 22: 407.
- [11] 刘扬正. 超混沌 Lü 系统的电路实现 [J]. 物理学报, 2008, 57: 1439.
- [12] Shen C W, Yu S M, Lü J H, et al. Generating hyperchaotic systems with multiple positive Lyapunov exponents [C] // Control Conference (ASCC), Istanbul: IEEE, 2013: 1 - 5.
- [13] Shen C W, Yu S M, Lü J H. Designing hyperchaotic systems with any desired number of positive Lyapunov exponents via a simple model [J]. IEEE Trans Circ Syst I, 2014, 61: 2380.
- [14] Shen C W, Yu S M, Lü J H. A systematic methodology for constructing hyperchaotic systems with multiple positive Lyapunov exponents and circuit implementation [J]. IEEE Trans Circ Syst I, 2014, 61: 854.