引用格式:郑晓月.用快速收敛粒子群优化算法解决函数优化问题[J].轻工学报,2016,31(3):89-92.
中图分类号:TP301.6 文献标识码:A
DOI:10.3969/j.issn.2096-1553.2016.3.012
文章编号:2096-1553(2016)03-0089-04

用快速收敛粒子群优化算法解决函数优化问题

Functions optimization based on fast convergence particle swarm optimization

郑晓月
ZHENG Xiao-yue

商丘师范学院 计算机与信息技术学院,河南 商丘 476000
School of Computer and Information Technology, Shangqiu Normal University, Shangqiu 476000, China

关键词:
粒子群优化算法;惯性权重;收缩因子;粒子平均尺寸

Key words:
particle swarm optimization algorithm; adaptive weight; constriction factor; particle mean dimension

摘要:针对标准PSO算法在计算过程中易陷入局部最优而无法跳出的问题,提出了一种基于平衡单个粒子位置多样性的快速收敛PSO(FCPSO)算法.该算法在PSO算法中引入一个新的参数,即粒子平均尺寸以快速准确地锁定全局最优解.实验结果表明,FCPSO算法的收敛性明显优于PSO算法和CPSO算法.

收稿日期:2015-11-18
基金项目:河南省基础与前沿技术研究计划项目(142300410188)
作者简介:郑晓月(1977—),女,河南省商丘市人,商丘师范学院副教授,主要研究方向为智能计算.

Abstract: Aimed at the problem that the standard PSO algorithm was very sensitive to fall into the phenomenon of local minima and couldn't escape, a new fast convergence PSO (FCPSO) algorithm based on balancing the diversity of location of individual particle was proposed. The algorithm introduced a new parameter, namely particle mean dimension was used to locate the global optimum solution fast and accurately. The experiment results showed that the convergence of the FCPSO algorithm was better than PSO algorithm and CPSO algorithm.

0　引言

粒子群优化(PSO)1995 年首度由 J. Kennedy 等[1]引入算法领域，其基本思想是模仿鸟群觅食的行为，与其他基于种群的算法(比如进化算法)类似. PSO 可以用来解决各类疑难优化问题，并在收敛速度上优于其他算法. PSO 算法的另一个优势是需要调整的参数很少，易于应用. 在较为复杂的多极值点问题中，PSO 算法易陷入局部极小值，为了提高其应用能力，涌现出一些改进的 PSO 算法，应用于很多领域，例如基于 PSO 算法的排课问题研究，基于遗传－粒子群混合算法的测试数据自动生成，基于多目标 PSO 算法的大规模变量分解研究等[2-6]. PSO 算法的参与使得诸多问题的解决效率都得到了很大的提高.

抽象地说，PSO 算法的目的是通过调整运动点的轨迹，在一个多维空间中确定一个区域. 每个粒子会随机运动到它当前速率的位置，单个粒子被随机吸引到该粒子当前速度所确定的位置，也就是它的先前最优位置，当然，其他粒子也是如此. 基本 PSO 算法收敛速度快[7-8]，如果全局最优解不接近最佳粒子，则粒子可能会陷入局部极小值[4].

本文拟提出一种快速收敛 PSO(FCPSO)算法，以期在提高函数收敛速度的同时，通过结合各粒子的学习经验来平衡种群多样性，群体最优位置在提高收敛速率、减少种群多样性方面扮演重要角色.

1　标准 PSO 算法与 CPSO 算法

在 PSO 算法中，每个粒子维护两个参数，即位置参数和速度参数. 粒子在一个多维搜索空间中飞行以寻找一个可能的解. 每个粒子根据它和周围粒子的飞行情况不时调整其在搜索空间的位置. 对于一个 n 维的搜索空间，每个粒子的运动状态由下面两个等式决定：

$$v_{ij}(t+1)=wv_{ij}(t)+c_1\cdot rand_1\cdot(\boldsymbol{pbest}_{ij}(t)-x_{ij}(t))+c_2\cdot rand_2\cdot(\boldsymbol{gbest}_j(t)-x_{ij}(t))$$

$$x_{ij}(t+1)=x_{ij}(t)+v_{ij}(t+1)$$

其中，$V_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{in})$代表第 i 个粒子的当前速度，同时将每个速度向量的值限制在$[v_{\min},v_{\max}]$以减少粒子离开搜索空间的可能性；$X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})$是第 i 个粒子的当前位置；$\boldsymbol{pbest}$ 表示每个粒子自身的历史最优位置向量，$\boldsymbol{gbest}$ 是种群维护的全局最优位置向量；$rand_1$ 和 $rand_2$ 是区间$[0,1]$上的两个随机数；w 表示惯性权重；c_1 和 c_2 是两个学习因子[9]；t 为迭代次数.

标准 PSO 算法的一个重要改进是 PSO 算法的收缩因子方法(CPSO)[7,9]，CPSO 的速度可以用下面的公式计算：

$$v_{ij}(t+1)=\chi\cdot(v_{ij}(t)+c_1\cdot rand_1\cdot(\boldsymbol{pbest}_{ij}(t)-x_{ij}(t))+c_2\cdot rand_2\cdot(\boldsymbol{gbest}_j(t)-x_{ij}(t)))$$

式中，收缩因子 $\chi=2\Big/\left|(2-\varphi+\sqrt{\varphi^2-4\varphi})\right|$，$\varphi=c_1+c_2$，$\varphi>4$.

CPSO 可以保证搜索空间的收敛性，并且在研究某些问题时能比带惯性权重的标准 PSO 算法产生更高质量的解.

2　FCPSO算法

在 PSO 算法中，初始粒子均匀地分布在搜

索空间内,PSO 算法对于解决低维函数优化问题效率较高,但是用于多维函数优化问题时,PSO 算法容易陷入局部极小值,并且因为每维变量的相互制约,几步之内单个粒子的最优位置不会变化. 避免陷入局部极小值对于 PSO 算法来讲并不容易,结果往往导致无法找到解. 为了解决这个问题,本文对 PSO 算法作出如下改进.

参数粒子平均尺寸可以引导粒子通过平衡它们的位置和削弱最佳粒子的吸引力来更好地定位. 当粒子群从第 t 次迭代到第 $t+1$ 次迭代时,除了参数 $\boldsymbol{pbest}_i$ 和 $\boldsymbol{gbest}$ 外,从粒子群中提取另外一个参数粒子平均尺寸变量 $Pmd_i=(x_{i1}+x_{i2}+\cdots+x_{iD})/D$,其中,$D$ 是粒子在群中的尺寸,速度 v_{ij} 可以用下式计算:

$$v_{ij}(t+1)=wv_{ij}(t)+c_1\cdot rand_1\cdot(\boldsymbol{pbest}_{ij}(t)-x_{ij}(t))+c_2\cdot rand_2(\boldsymbol{gbest}_j(t)-x_{ij}(t))+c_3\cdot rand_3\cdot(Pmd_i(t)-x_{ij}(t))$$

$$x_{ij}(t+1)=x_{ij}(t)+v_{ij}(t+1)$$

其中,c_3 表示平均最佳学习因子,$rand_3$ 表示在区间[0,1]上的随机数且

$$\varphi=c_1+c_2+c_3 \quad \varphi\geqslant 4$$

将参数 Pmd_i 加入速度公式后,$\boldsymbol{pbest}_i$,$\boldsymbol{gbest}$ 和 Pmd_i 将为迭代提供更多更精确的参数支持,从而使快速找到最优解成为可能[7]. 同时,公式中的权重系数变得很小,几乎相当于是干扰信息,从而增加了粒子的多样性. 全局最优位置向量 $\boldsymbol{gbest}$ 可以提高收敛速率,但可能降低群体多样性,导致局部极小[8-9]. 新增加的参数 Pmd_i 可以使粒子移动到一个更加合适的位置,并且弱化粒子的 $\boldsymbol{gbest}$ 位置向量陷入局部极小值的可能性.

3 实验结果与分析

为了评估本文 FCPSO 算法的性能,使用 PSO 算法和 CPSO 算法与之进行比较. 实验将种群规模设置为 30,维数设置为 500,最大速度 $v_{\max}=(x_{\max}-x_{\min})/10$,最小速度 $v_{\min}=-(x_{\max}-x_{\min})/10$. 在 PSO 和 FCPSO 算法中,惯性权重 w 从 0.9 线性减小到 0.4. 为计算每次迭代的收缩因子,在 PSO 算法中,固定设置加速因子 $c_1=c_2=2.0$;在 CPSO 算法中,令加速因子 c_1 和 c_2 从 2.55 线性变化到 1.55;在 FCPSO 算法中,设置 $c_1=2.0$,$c_2=c_3=1.0$.

参考文献[2-9]中描述的 5 个基准函数(见表 1)所具有的一些性质类似于现实世界中的问题,利用它们作为测试平台,实验结果可信度高.

每种算法独立运行 30 次,表 2 为 3 种算法的对比结果. 从结果可以看出,除了函数 Rastrigin 外,FCPSO 算法要明显优于其他两种算法. 可见,通过调整 FCPSO 的参数可以跳出函数局部最优,从而找到函数的全局最优值.

表 1 基准函数信息表

Table 1 Benchmark function information table

基准函数	函数定义	区间	全局最小值	类别
Sphere	$\sum_{i=1}^{n}x_i^2$	[100;100]	0	单模
Rastrigin	$\sum_{i=1}^{n}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	[-5.12;5.12]	0	多模
Griewank	$\frac{1}{4\,000}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1$	[-600;600]	0	多模
Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{n-1}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2]$	[-2;2]	0	多模
Alpine	$\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i\sin x_i+0.1x_i\rvert$	[-10;10]	0	多模

表 2 各基准函数的实验结果

Table 2 The experimental results of the benchmark functions

基准函数	算法	最优值	平均值	最差值	标准偏差
Sphere	PSO	2.06E+06	2.26E+06	2.46E+06	7.42E+04
	CPSO	2.15E+06	2.35E+06	2.55E+06	8.39E+04
	FCPSO	2.05E+00	1.11E+02	3.78E+02	1.02E+02
Rastrigin	PSO	8.13E+03	8.70E+03	9.26E+03	2.95E+02
	CPSO	1.40E+04	1.41E+04	1.41E+04	4.88E+01
	FCPSO	1.26E+04	1.28E+04	1.31E+04	1.12E+02
Griewank	PSO	1.35E+03	1.86E+03	2.33E+03	2.60E+02
	CPSO	2.12E+03	2.48E+03	2.83E+03	1.92E+02
	FCPSO	5.17E-01	1.96E+00	3.78E+00	7.46E-01
Rosenbrock	PSO	9.50E+04	1.02E+05	1.07E+05	3.34E+03
	CPSO	9.03E+03	9.67E+04	1.01E+05	2.57E+03
	FCPSO	2.44E+02	1.29E+03	3.01E+03	7.89E+02
Alpine	PSO	1.73E+03	1.81E+03	1.94E+03	5.64E+01
	CPSO	1.34E+03	1.42E+03	1.55E+03	5.75E+01
	FCPSO	1.02E-07	3.67E-01	6.97E+00	1.32E+00

4 结语

传统 PSO 算法在计算过程中常常会陷入局部最优而无法跳出,本文提出的 FCPSO 算法采用粒子平均尺寸值作为避开算法陷入局部极小值的参数. 通过引导粒子平衡其位置和削弱最佳粒子的吸引力来更好地定位,快速准确地锁定全局最优解. 从实验结果可以看出,在利用单模和多模函数测试 FCPSO 算法时,它表现出了比 PSO 算法和 CPSO 算法优越的性能,这说明新参数的使用,大大有益于提高算法的收敛性. 今后拟利用更多的基准函数和更高维的问题来测试算法的性能,使算法得到进一步优化.

参考文献:

[1] KENNEDY J,EBERHART R. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway:IEEE,1995:1942.

[2] 邓璐娟,卢华琦,刁海港,等. 基于遗传－粒子群混合算法的测试数据自动生成[J]. 郑州轻工业学院学报,2010,25(3):43.

[3] 张华伟,杨凯. 基于粒子群优化算法的排课问题研究[J]. 郑州轻工业学院学报,2010,25(3):49.

[4] 张丽丽. PSO 算法介绍[J]. 山西财经大学学报,2007,29(2):214.

[5] 谢铮桂,钟少丹,韦玉科. 改进的粒子群优化算法及收敛性分析[J]. 计算机工程与应用,2011,47(1):46.

[6] 李宁. 粒子群优化算法的理论分析与应用研究[D]. 武汉:华中科技大学,2006.

[7] 曾建潮,崔志. 一种保证全局收敛的 PSO 算法[J]. 计算机研究与发展,2004,41(8):1333.

[8] EBERHART R C, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory[C]// Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Piscataway: IEEE,1995:39.

[9] KENNEDY J,MENDES R. Neighborhood topologies in fully informed and best-of-neighborhood particle swarms[J]. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, Part C, 2006, 36(4):515.