



引用格式:尹社会,皮小力.新三维非线性系统的动力学特性及其电路实现[J].轻工学报,2016,31(5):93-97.

中图分类号:O241.84;O29;O242.1 文献标识码:A

DOI:10.3969/j.issn.2096-1553.2016.5.016

文章编号:2096-1553(2016)05-0093-05

# 新三维非线性系统的动力学特性及其电路实现

Dynamics characteristics and circuit simulation of a novel 3D chaotic system

关键词:

三维非线性混沌系统;动力学特性;Poincaré映射;电路仿真

尹社会,皮小力

YIN She-hui, PI Xiao-li

河南工业职业技术学院 基础科学教学部,河南 南阳 473000

Department of Basic Science, He'nan Polytechnic Institute, Nanyang 473000, China

Key words:

three dimensional non-linear chaotic system; dynamic characteristics; Poincaré mapping; circuit simulation

摘要:针对一个新的三维非线性混沌系统的数学微分模型,通过构建基于 Matlab/Simulink 的数值计算模型,研究了系统的 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数、Poincaré 映射、初值敏感性时序图等主要动力学特性;基于 Multisim 搭建了该系统的模拟自激振荡电路.仿真结果表明,具体参数下的电路实验结果与数值计算具有一致性,证实了系统混沌吸引子的存在和物理上的可实现性.

收稿日期:2016-01-10

基金项目:河南省科技发展计划项目(142300410416);南阳市科技发展计划项目(2013GG048)

作者简介:尹社会(1979—),男,河南省沈丘县人,河南工业职业技术学院讲师,主要研究方向为非线性动力学.

**Abstract:** Some of the dynamic characteristics of a novel three dimensional nonlinear chaotic system were further investigated by numerical simulation based on Matlab/Simulink software, such as Lyapunov exponents and Lyapunov dimension, Poincaré mapping and initial sensitivity et al. And the realization of the circuit simulation of the system was given based on Multisim software. The experiments showed that the two methods were consistent, then confirmed that the chaotic attractor existed and the chaotic system could be realized.

## 0 引言

混沌理论是非线性科学的一个重要方向,近几十年来,不论是从低维到高维,还是从离散到连续,混沌系统和超混沌系统都大量出现在各种文献中.混沌状态是发生在确定性系统中的一种伪随机行为,这是一种内在随机性驱动的行为,本质上区别于外在随机性行为,其优势促使混沌理论的工程应用在近些年得到快速发展.自从美国著名气象学家 E. N. Lorenz<sup>[1]</sup>于1960年代在数值实验中偶然发现蝴蝶状混沌吸引子以来,不同类型的混沌吸引子相继被发现和研究.1999年,G. R. Chen等<sup>[2]</sup>在混沌系统反控制中发现了一个与 Lorenz 系统不拓扑等价的新混沌吸引子——Chen 系统;2002年,J. H. Lü等<sup>[3]</sup>发现了不同于上述两种混沌吸引子的过渡(临界)混沌系统——Lü 系统;2004年,C. X. Liu等<sup>[4]</sup>也提出了与 Lorenz 系统相似的 Liu 系统,随后的几年里他们又提出了若干新的混沌和超混沌系统,并证明了这些系统的分数阶混沌吸引子依然存在<sup>[5-7]</sup>;2004年,G. H. Tigan<sup>[8]</sup>发现了 T 系统并进行了详细的研究和分析;2009年,唐良瑞等<sup>[9]</sup>发现了一类新混沌系统并进行了电路仿真;2012年,高智中等<sup>[10]</sup>发现了一类新超混沌系统并得到了模拟电路实现;2013年,张转周等<sup>[11]</sup>构造了一类新的三维二次混沌系统,并对其进行了部分基本动力学分析,但没有进行电路实现的验证.

本文分析的非线性自治混沌系统共有 7 项,含有 3 个参数,其中两个方程中各含有一个非线性乘积项  $xz$  和  $xy$ ,并含有一个常数项  $b$ .文

献[11]已经通过微分方程和非线性理论推导、计算机数值仿真、Lyapunov 指数谱、分岔图等手段研究了该系统的基本动力学行为,验证了系统的混沌特性.文献[12]对该系统进行了界估计,给出了系统的最终界估计表达式和轨线从吸引集外进入吸引集的速率估计式(全局指数吸引集),并给出了数值仿真模拟结果.但关于该系统的电路实现并未见报道.为验证系统的混沌特性,本文拟设计该混沌系统的硬件电路,并进行仿真实验,以证实该混沌系统电路的可实现性.

## 1 新混沌系统数值计算模型

一个新的三维二次非线性混沌系统的方程为<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = xz - y \\ \dot{z} = b - xy - (a + c)z \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $(x, y, z)^T \in R^3$  为状态变量; $a, b, c$  为系统实参数,且满足  $a > 0, b > 0, a + c > 0$ .目前混沌系统的研究主要集中于一些已知特性的数值仿真,意在刻画混沌系统的初值敏感性及其对参数微小变动的敏感性,但是混沌系统一些隐含的性质却很难被发现.比如,在该系统中,初始值的选择不同将导致不同的动力学行为,实际上就是吸引子共存现象的一种情况.因此,揭示新混沌系统的复杂动力学行为,依然是目前该领域研究的热点和重点.

笔者利用数值计算软件 Matlab 中的 Simulink 模块搭建系统①的模型见图 1.

当  $a = b, b = 20, c = -4$ ,初值取  $x_0 = y_0 =$

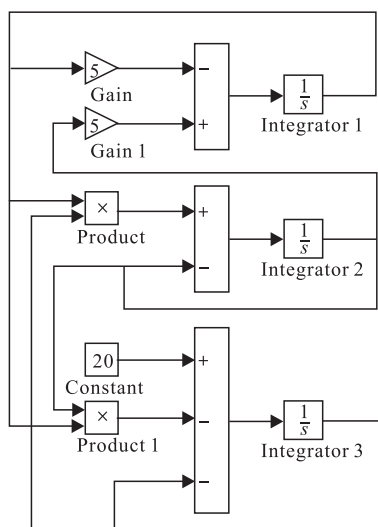


图1 系统①的 Matlab/Simulink 模型

Fig. 1 Matlab/Simulink model of system ①

$z_0 = 0.1$  时,利用 Wolf 方法计算得到系统的3个 Lyapunov 指数分别为  $LE_1 = 0.4731$ ,  $LE_2 = 0$ ,  $LE_3 = -7.471$ ,其中最大 Lyapunov 指数大于0,意味着轨线上相邻点最终要分离,对应于轨线的局部不稳定因素;Lyapunov 指数小于0,意味着相邻点最终要靠拢成一点,对应于轨线的整体稳定因素.这两种因素导致局部发散和整体收缩,即不断来回拉伸和折叠,形成吸引子. Lyapunov 指数为0在形成混沌吸引子的机理上也有重要作用.因为系统虽然总是随时间在变化,但沿着时间这个方向,不存在拉伸和压缩的问题.因此存在一个正的 Lyapunov 指数,说明系统处于混沌状态.由 Yorke 公式,经简单计算可以得到 Lyapunov 维数  $D_L = 2.063$ .其分数维进一步表明系统①存在混沌吸引子,其轨线的三维相图如图2所示,各个变量随时间演化的时序波形图如图3所示.

混沌系统的一个重要特征是,如果初值发生细微变化,系统的动力学行为会发生显著变化,这种现象表明混沌系统具有初值敏感性.从混沌机理上分析,对时间连续的非线性动力学系统要产生混沌吸引子,需要至少存在两种非线性运动模式,并在其间进行非周期性地转换,

即存在 Lyapunov 指数大于0和等于0,以及总和小于0的物理要求,这也正是扩张、发散运动和折叠、收缩运动的完美统一.图4所示为初值相差极小,取  $x_0 - x'_0 = 0.00001$  的时序图形,即初值敏感时序图.由图4可以明显看出,在初始值相差极小的情况下,时间  $t$  不到30s就产生了明显的差别.

从图5所示 Poincaré 映射图可以看出系统处于什么状态,孤立的点表示周期性运动,而具有分形结构的点或密集点则表示系统处于混沌

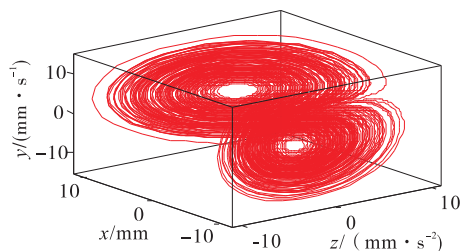


图2 系统①的轨线三维相图

Fig. 2 Phase portraits of system ①

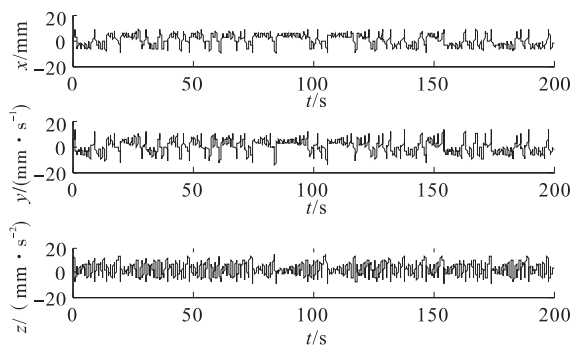


图3 变量随时间演化的时序波形图

Fig. 3 Time domain waveform diagram

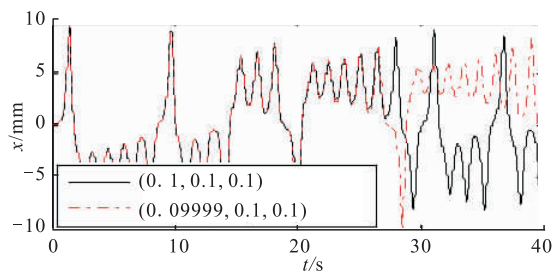


图4 初值敏感时序图

Fig. 4 Waveform diagram of sensitive to initial value

或超混沌状态. 由于混沌系统能够产生具有连续宽谱和伪随机特性的序列, 且能够被控制和同步, 因此利用宽谱和伪随机特性, 混沌序列在信息工程中的应用越来越广泛.

## 2 混沌电路的模块化构建与仿真

为了验证系统①的混沌特性, 基于 Multi-sim 平台, 运用模块化思想设计了一个模拟自激振荡电路, 如图 6 所示. 该电路由模块化的积分器、反相加法器、反相器和乘法器构成, 这些模块可以分别实现系统中的求导、加减、负号和乘积运算. 该自激振荡电路所采用的集成运算放大器为 TL082CD, 乘法器为 AD633 (图中采取电压增益为 10 V/V, 为了使电路简洁采取了常用的简化符号), 为了保证集成运算放大器正常工作, 将电源电压限定为  $[-12\text{V}, +12\text{V}]$ . 由于原微分方程的解超出这一范围, 所以需要进行相应的变量比例压缩变换, 其变量比例压缩系数为 1/10. 为方便确定电路中的具体参数, 列出如下电路状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = - \left( -\frac{1}{R_3 C_0 R_1} R_2 y + \frac{1}{R_4 C_0} x \right) \\ \dot{y} = - \left( -\frac{1}{10 R_5 C_1 R_{10}} R_{11} xz + \frac{x}{R_6 C_1} y \right) \\ \dot{z} = - \left( -2 \frac{1}{R_7 C_2} + \frac{1}{10 R_8 C_2} xy + \frac{1}{R_9 C_2} x \right) \end{cases}$$

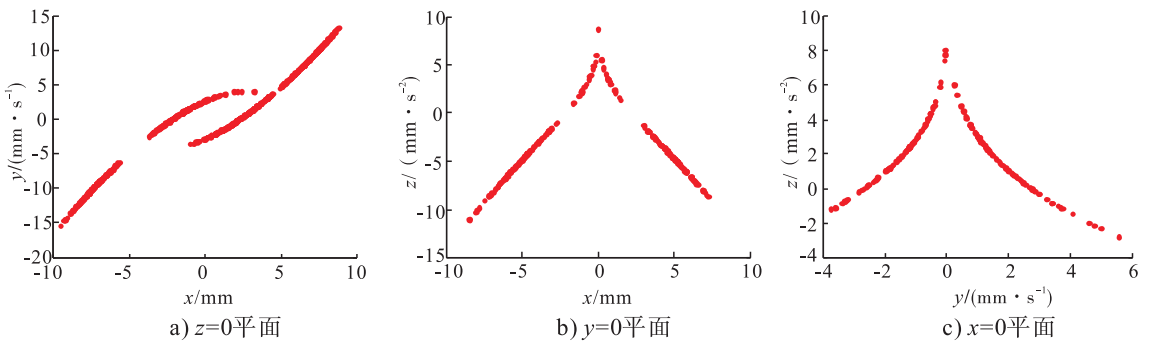


图 5 Poincaré 映射图

Fig. 5 Poincaré mapping diagram

取电路元件参数为

$$C_0 = C_1 = C_2 = 100 \text{ nF}$$

$$R_1 = R_2 = R_{10} = R_{11} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = R_4 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = 100 \text{ k}\Omega$$

在常数项取  $b = 0$ , 即信号源为  $-2 \text{ V}$  的条件下, 模拟相图如图 7 所示. 根据参数  $b$  的变化, 电路仿真实验中观测示波器上的相图与计算机数值模拟结果非常接近, 说明该模拟自激振荡电路是可行的. 但是由于计算机数值模拟对于参数  $b$  的变化范围较大, 在模拟电路中会超出电路元件线性变化范围, 出现失真的情况, 所以, 应结合实际电路元件在有限的范围内调节参数  $b$  的取值.

## 3 结语

本文基于一个新的三维二次混沌系统, 利用数值仿真方法分析了其部分动力学特性. 为了验证该系统的混沌行为, 设计了一个模块化模拟电子自激振荡电路并进行了 Multisim 仿真实验, 给出了具体参数下的电路实验相图, 实验结果与 Matlab 数值仿真结论基本一致. 由于该系统的数学结构相对简单, 且具有复杂的动力学特性, 可直接应用于模拟混沌序列的信息工程领域. 如果对其进行离散化处理, 也可应用于数字加密和通信中.

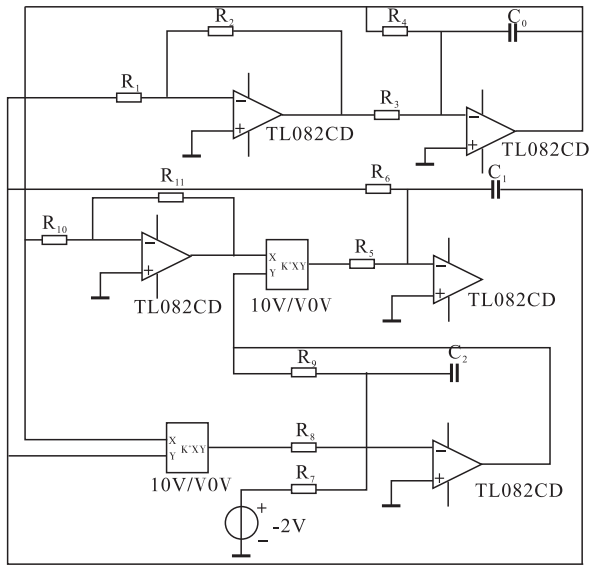
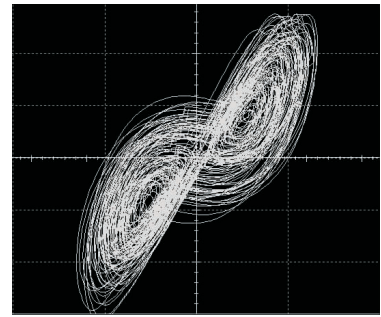
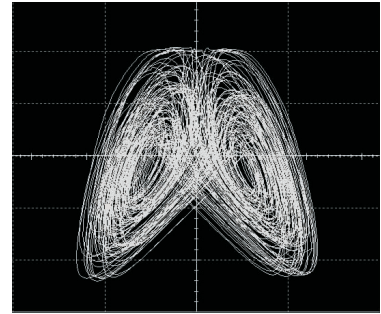


图6 模拟自激振荡电路原理图

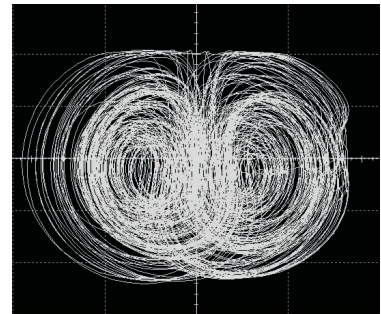
Fig. 6 Schematic circuit diagram of analog self-excited oscillation circuit



a)



b)



c)

图7 电路实验模拟相图

Fig. 7 Phase portrait of circuit simulation

## 参考文献:

- [1] LORENZ E N. Deterministic non-periodic flows [J]. J Atmos Sci, 1963, 20(2): 130.
- [2] CHEN G R, UETA T. Yet another chaotic attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465.
- [3] LÜ J H, CHEN G R. A new chaotic attractor coined [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(3): 659.
- [4] LIU C X, LIU T, LIU L, et al. A new chaotic attractor [J]. Chaos Solitons and Fractals, 2004(22): 1031.
- [5] LIU C X, LIU L, LIU T, et al. A new butterfly-shaped attractor of Lorenz-like system [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006(28): 1197.
- [6] LIU C X, LIU L, LIU T. A novel three-dimensional autonomous chaos system [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009(39): 1950.
- [7] LIU C X. A novel chaotic dynamical system [J]. Far East Journal of Dynamical Systems, 2006, 8(1): 51.
- [8] TIGAN G H. Analysis of a dynamical system derived from the Lorenz system [J]. Sci Bull

Politehnica University of Timisoara, 2005, 50 (64): 61.

- [9] 唐良瑞, 李静, 樊冰, 等. 新三维混沌系统及其电路仿真 [J]. 物理学报, 2009, 58(2): 785.
- [10] 高智中, 韩新风, 章毛连. 一个新的四维超混沌系统及其电路仿真 [J]. 东北师范大学学报: 自然科学版, 2012, 44(1): 77.
- [11] 张转周, 陕振沛, 刘衍民. 新三维非线性系统的动力学分析 [J]. 应用数学与力学, 2013, 34(12): 1321.
- [12] 尹社会, 李德雪, 张勇. 新三维非线性系统的全局动力学研究 [J]. 甘肃科学学报, 2015, 27(4): 87.