引用格式:吴振军,马路遥,邱洪波. 基于 DFT 输出过零点法的电力系统频率快速估计方法[J]. 轻工学报,2018,33(2):63-69.

中图分类号:TM935.1 **文献标识码**:A

DOI:10.3969/j. issn. 2096-1553.2018.02.010

文章编号:2096-1553(2018)02-0063-07

基于 DFT 输出过零点法的电力系统频率快速估计方法

Frequency fast estimating method of power system based on zero-crossing method of DFT output

吴振军,马路遥,邱洪波

WU Zhenjun, MA Luyao, QIU Hongbo

郑州轻工业学院 电气信息工程学院,河南 郑州 450002

College of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, *China*

关键词:
频率估计;离散傅里叶变换;过零点法;牛顿插值法

Key words:
frequency estimation; discrete Fourier transform; zero-crossing method; Newton interpolation algorithm

摘要:针对离散傅里叶变换(DFT)频率估计精度不高的问题,提出了基于 DFT 输出过零点的系统频率快速估计方法. 该方法首先对信号进行 DFT 输出特性分析,然后取 DFT 实部(或虚部),利用四阶牛顿插值法精确计算过零点时间,由两个过零点的时间差计算系统频率. 仿真分析与实验验证的结果表明,该方法具有较高的频率估计精度,受谐波干扰小,且只需 1.78 个周波即可实现频率估计,适用于电力系统对实时性要求较高的实际工况.

收稿日期:2017-12-04

基金项目:国家自然科学基金项目(51507156)

作者简介:吴振军(1971—),男,河南省偃师市人,郑州轻工业学院副教授,博士,主要研究方向为电能质量及电磁兼容.

Abstract: Aiming at the low accuracy of discrete fourier transform (DFT) frequency estimation, a new fast detection method was proposed based on DFT output zero-crossing. The DFT output characteristics of the signal were analyzed firstly. The zero-crossing time of the DFT real part (or imaginary) was calculated accurately by using the fourth order Newton interpolation method. The system frequency could be obtained by the time difference between two zero-crossing points. The results of simulation analysis and experimental verification showed that the method had higher frequency estimation accuracy and less harmonic disturbance, and only needed 1.78 cycles to achieve frequency estimation, which was suitable for power system with real time requirement.

0 引言

频率是电力系统分析、运行和控制的基本参数,快速准确地进行频率估计可以预测系统是否将失去稳定,从而通过切机、切负荷等控制措施来保证系统的安全运行[1]. 目前频率估计方法主要有两类:硬件方法和软件方法. 硬件方法由于结构复杂、精度不高逐渐被淘汰;而软件方法即数字算法,容易实现,因而得到广泛应用,其方法除了传统的电压过零点法,还出现了最小二乘法[2]、基于形态学的方法[3]、基于滤波技术的方法[4]等,这些方法大多计算复杂、计算时间较长、计算精度容易受谐波和噪声信号影响,限制了其实际应用.

在电力系统保护与控制中经常采用傅里叶变换算法来计算基波相量. 文献[5]提出了一种利用电压相量相角的变化来测量频率的方法,但是如果频率偏离额定值,其估计精度则较差. 针对离散傅里叶变换(DFT)频率估计精度不高的问题,出现许多改进方法[1,6-8],如文献[1]通过迭代算法估计频率,文献[6]采用一个周期 DFT 的滑动窗平均估计频率,文献[7-8]对 DFT 输出相角中的泄露和负频率成分的影响进行补偿估计频率,这些算法的估计精度都只能达到 10^{-3} 数量级;文献[9]采用 DFT 加窗插值的方法提高估计精度,但是需要较长的采样时间且运算复杂;文献[10-11]对滤波后的信号进行重构,再利用阈值与信号交点估计频率,估计精度对滤波精度有较高要求;文献[12]提出了一种幅值调制和精密幅值计算方法,但是需要采用不同的滤波器滤除谐波干扰,采样时间较长且实现复杂.

鉴于此,本文拟在分析信号 DFT 输出特性的基础上,提出基于 DFT 输出过零点时间差的频率估计方法,以期快速、精确地估计出频率.

1 算法设计

在分析信号 DFT 输出特性的基础上,对采样信号进行 DFT 运算得到基波相量实部(或虚部),利用四阶牛顿插值法计算实部(或虚部)的过零点时间,由两个相邻过零点的时间差计算系统频率.

1.1 DFT 输出特性分析

电压信号 $u = \sum_{1}^{N} U_k\cos(2\pi kft + \varphi_k)$,若用 f_0 表示额定频率,Δf 表示频差,真实频率为 f,则三者之间存在关系 $f = f_0 + \Delta f$. 在一个额定周期 T_0 内,基波傅里叶积分的实部和虚部分别为

$$U_{R1} =$$

$$\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} U_1\cos[2\pi(f_0 + \Delta f)t + \varphi_1]\cos(2\pi f_0 t)\,\mathrm{d}t =$$

$$\frac{U_1}{T_0}\int_0^{T_0}\cos(2\pi\Delta f t + \varphi_1)\,\mathrm{d}t +$$

$$\int_0^{T_0}\cos(4\pi f_0 t + 2\pi\Delta f t + \varphi_1)\,\mathrm{d}t =$$

$$\left[\frac{2U_1(f_0 + \Delta f)}{\pi T_0\Delta f(2f_0 + \Delta f)}\sin(\pi\Delta f T_0)\right]\cos(\pi\Delta f T_0 + \varphi_1)$$

$$U_{I1}=\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0}U_1\cos[2\pi(f_0+\Delta f)t+\varphi_1]\sin(2\pi f_0 t)\mathrm{d}t=\frac{U_1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin(4\pi f_0 t+2\pi\Delta f t+\varphi_1)\mathrm{d}t+\int_0^{T_0}\sin(2\pi\Delta f t+\varphi_1)\mathrm{d}t=\left[\frac{2U_1 f_0}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\sin(\pi\Delta f T_0)\right]\cdot\sin(\pi\Delta f T_0+\varphi_1)$$

由上式可看出,傅里叶变换基波的实部与虚部都只与基波初相角 φ_1 有关. 当时间向后推移一个采样点 Δt 后,此时初相角 $\varphi'_1=\varphi_1+2\pi f\Delta t$,相应的 DFT 结果为

$$U'_{R1}=\left[\frac{2U(f_0+\Delta f)}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\sin(\pi\Delta f T_0)\right]\cdot\cos(2\pi f\Delta t+\pi\Delta f T_0+\varphi_1)$$

$$U'_{I1}=\left[\frac{2Uf_0}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\sin(\pi\Delta f T_0)\right]\cdot\sin(2\pi f\Delta t+\pi\Delta f T_0+\varphi_1)$$

假定计算过程中初相位与频率不变,则基波 DFT 正(余) 弦分量同样是与原函数相同频率的正(余) 弦函数,只是相位发生了移动;由于上述公式应用的普遍性,该结论适用于任何一种正(余) 弦函数信号.

如果信号中含有 k 次谐波 $U_k\cos[2\pi k(f_0+\Delta f)t+\varphi_k]$,则谐波针对DFT的基波分量贡献为

$$U_{Rk}=\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0}U_k\cos[2\pi k(f_0+\Delta f)t+\varphi_k]\cos(2\pi f_0 t)\mathrm{d}t=\frac{U_k}{T_0}\left[\int_0^{T_0}\cos(2\pi(k+1)f_0 t+2\pi k\Delta f t+\varphi_k)\mathrm{d}t+\int_0^{T_0}\cos(2\pi(k-1)f_0 t+2\pi\Delta f t+\varphi_k)\mathrm{d}t\right]=\frac{U_k}{T_0}\left\{\frac{1}{2\pi[(k+1)f_0+k\Delta f]}\cdot[\sin(2\pi k\Delta f T_0+\varphi_k)-\sin\varphi_k]+\frac{1}{2\pi[(k-1)f_0+k\Delta f]}\cdot[\sin(2\pi k\Delta f T_0+\varphi_k)-\sin\varphi_k]\right\}=\frac{2kU_k(f_0+\Delta f)}{2\pi T_0[(k-1)f_0+k\Delta f][(k+1)f_0+k\Delta f]}\cdot\cos(k\pi\Delta f T_0+\varphi_k)\sin(\pi k\Delta f T_0)$$

$$U_{Ik}=\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0}U_k\cos[2\pi k(f_0+\Delta f)t+\varphi_k]\sin(2\pi f_0 t)\mathrm{d}t=\frac{U_k}{T_0}\left[\int_0^{T_0}\sin(2\pi(k+1)f_0 t+2\pi k\Delta f t+\varphi_k)\mathrm{d}t-\int_0^{T_0}\sin(2\pi(k-1)f_0 t+2\pi\Delta f t+\varphi_k)\mathrm{d}t\right]=\frac{U_k}{T_0}\left\{\frac{-1}{2\pi[(k+1)f_0+k\Delta f]}\cdot[\cos(2\pi k\Delta f T_0+\varphi_k)-\cos\varphi_k]+\frac{1}{2\pi[(k-1)f_0+k\Delta f]}\cdot[\cos(2\pi k\Delta f T_0+\varphi_k)-\cos\varphi_k]\right\}=\frac{2kU_k f_0}{2\pi T_0[(k-1)f_0+k\Delta f][(k+1)f_0+k\Delta f]}\cdot\sin(k\pi\Delta f T_0+\varphi_k)\sin(k\pi\Delta f T_0)$$

与基波情形类似,谐波的 DFT 分量同样是和谐波同频率的正(余) 弦函数,只是由于 DFT 自身固有的滤波特性,U_{Rk} 和 U_{Ik} 的值相比原谐波幅值衰减较多,可以减少谐波对基波的影响,同时 DFT 运算也可消去大部分的噪声信号.

根据以上分析,电源信号经过 DFT 运算后,输出的实部和虚部(正弦、余弦分量) 都与原信号具有相同基波频率的正(余) 弦信号加上微小的高次谐波分量.

1.2 基于多点插值过零点的频率估计方法

经过 DFT 后输出的实部(或虚部) 是含有少量谐波信号的准正弦信号,由于谐波信号周期是基波的整数倍,因此在过零点处的时间间

隔是相同的,可以采用过零点法检测频率. 由于 DFT 输出有实部和虚部,且两者大概相差 1/4 个周期,因此频率检测起始后可以 1/4 周波检测一次.

图 1 为过零点示意图,t_p,t_{p+1} 为两个信号过零点的位置,假定零点 t_p 位于$[t_k, t_{k+1}]$之间,则可以通过线性插值方法由 t_k 和 t_{k+1} 求得过零点的时刻,但线性插值误差相对较大,可能造成频率估计精度不高,因此宜采用文献[13]中的牛顿插值方法.

假定 DFT 输出的采样值为$[t_k, xk(k)]$,这里 $k = 0,1,2,\cdots,m$,则牛顿插值多项式为

$$x(t_1) = x[t_0] + x[t_0,t_1](t_1 - t_0) + \cdots + x[t_0,t_1,\cdots,t_m](t_1 - t_0)\cdots(t_1 - t_m)$$

其中$x[\cdots]$代表差商运算,$x[t_0] = x(t_0)$,$x[t_0, t_1] = \dfrac{x[t_1] - x[t_0]}{t_1 - t_0}$,则第 l 阶差商为

$$x[t_0,t_1,\cdots,t_{l-1}] = \frac{x[t_1,t_2,\cdots,t_{l-1}] - x[t_0,t_1,\cdots,t_{l-2}]}{t_{l-1} - t_0}$$

DFT 计算输出的离散点 $X(k)$,采样信号对为$(t_i, x(t_i)) = (Xk(t_{k+j}), t_{k+j})$,其中 $j = 0,\cdots,4$,$j = -2,\cdots,2$,共有 5 组数据. 采用四阶牛顿插值法求解过零点时间,t_p 的计算公式为

$$t_p \doteq t_{k-2} + [t_{k-2},t_{k-1}][0 - X(t_{k-2})] + \cdots + [t_{k-2},\cdots,t_{k+2}][0 - X(t_{k-2})]\cdots[0 - X(t_{k+2})]$$

同样的方法和步骤可以计算后续的过零点时间 t_{p+1},则频率可表示为

$$f = 1/(t_{p+1} - t_p) \quad ①$$

$$f = 1/(t_{p+1} - t_p)/2 \quad ②$$

DFT 输出为近似正弦波,如果采用同一种方法过零点(从负到正过零点或从正到负过零点),需经过一个周波,可采用式 ① 计算. 由于正弦波在每个周期内有两个过零点,则相邻两个过零点之间为 0.5 个周波,计算频率时,需采用式 ②.

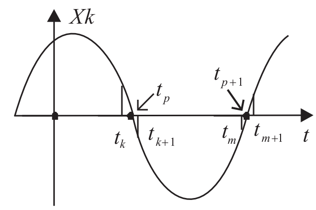

图 1　过零点示意图

Fig. 1　The schematic of zero-crossing points

2　仿真分析与实验验证

2.1　仿真分析

为验证方法的有效性,构建具有不同系统频率、不同谐波含量和噪声干扰的 3 种信号模型,在 Matlab 环境下进行仿真,分析频率估计的准确性.

1）不同系统频率

由于电力系统频率是不断变化的,其通常在 49.5 ~ 50.5 Hz 范围内变动. 为证明本文方法的有效性,构造如式 ③ 信号,频率在 49.0 ~ 51.0 Hz 范围内变化,步长为 0.2 Hz. 分别用半周波(0.5 个周波）过零法和全周波(1 个周波）过零法进行仿真,结果见表 1.

由于系统频率为 50 Hz 时为同步采样,基本不存在误差,因此未列出该频率仿真结果. 对 DFT 输出的实部和虚部分别进行频率估计,共进行 10 个周期,全周波方法取实部和虚部 10 次中频率最大值,半周波方法取 20 次中频率最大值.

$$u = 220\cos(2\pi ft + \pi/3) + 22\cos(6\pi ft + \pi/4) + 10\cos(10\pi ft + \pi/9) \quad ③$$

从表 1 可看出,在整个仿真频率范围内,两

表 1 基波频率估计误差表

Table 1 Errors of fundmental frequency estimation Hz

设定频率	全周波误差 $\times 10^{-6}$	半周波误差 $\times 10^{-6}$
49.0	0.07	0.33
49.2	0.63	5.87
49.4	1.23	3.78
49.6	1.26	1.77
49.8	1.08	1.31
50.2	0.87	0.99
50.4	1.41	2.59
50.6	1.61	4.34
50.8	1.62	4.42
51.0	0.08	0.22

种方法都能够准确地估计出系统频率,精度能够达到 10^{-6} 以上,且全周波法比半周波法具有更高的估计精度,但是随着频率接近系统额定频率 50 Hz,两者的差别变小,说明两种方法都可以应用于电力系统频率检测.

2)不同谐波含量

电力系统中含有谐波时对频率估计有较大影响,在情况 1 条件下,三次谐波含量变化范围为 5% ~30%(对应基波幅值),电源频率设定为 50.5 Hz,仿真结果见表 2.

从表 2 可看出,采用全周波方法时,谐波含量大小对频率估计基本没有影响,误差维持在 10^{-7} 数量级;随着谐波含量增加,半周波检测方

表 2 三次谐波含量变化时频率估计误差

Table 2 Errors of frequency estimation under the different 3rd harmonic

谐波含量/%	全周波误差/Hz	半周波误差/Hz
5	4.48×10^{-7}	3.00×10^{-6}
10	4.09×10^{-7}	4.44×10^{-6}
15	4.85×10^{-7}	6.35×10^{-6}
20	5.21×10^{-7}	9.75×10^{-6}
25	5.07×10^{-7}	1.17×10^{-5}
30	4.34×10^{-7}	1.51×10^{-5}

法估计精度有一定程度降低,但仍至少达到 10^{-5} 精度级别,说明该方法对谐波有较强的抑制作用,即对谐波不敏感.

3)噪声干扰

工程实践中信号会受到噪声干扰,文献[13]声明电力系统信号信噪比为 50 ~60 dB. 为了模拟噪声干扰对频率估计的影响,对信号分别施加 40 dB,50 dB,60 dB 的噪声. 仿真信号在情况 1 基础上,添加针对基波信号的零平均高斯干扰噪声. 由于噪声有随机性,在受干扰情况下,仿真进行 100 次,取平均值作为估计值,同时从 100 次仿真中找出最大估计值. 对 49.5 ~50.5 Hz 的信号进行半周波估计和全周波估计仿真,结果见图 2.

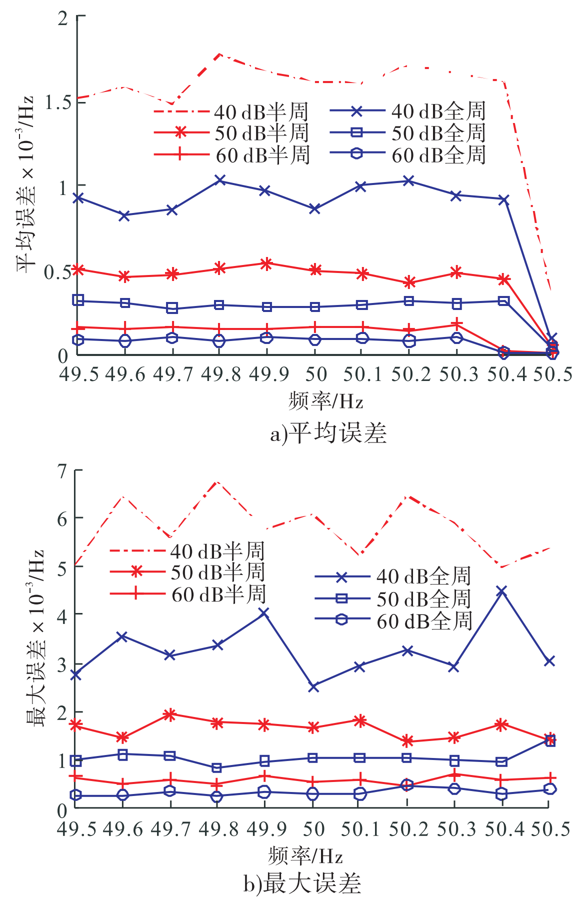

图 2 不同噪声情况下的频率估计误差

Fig. 2 Frequency estimation error under different noise conditions

从图 2 中可看出,随着信噪比增大,两种方法频率估计精度都有一定程度升高,60 dB 时误差最小,40 dB 时误差最大;40 dB 时半周波方法最大误差不超过0.007 Hz,满足实际检测要求(小于 0.01 Hz);频率变化对频率估计精度基本没有影响,说明该方法有效.

从以上 3 种情况的仿真结果可看出,基于 DFT 输出过零点法估计电力系统频率的精度高、估计频率范围宽、受谐波干扰较小. 由于 DFT 输出实部和虚部基本正交(相差 90°),因此在 1/4 周波内一定会出现一次过零点,如果采用半周波检测方法,则在 5 kHz 采样频率下最快只需 1.55 个周波(第一个点开始过零,第二次过零后再连续采样 3 个点)即可估计出频率,最慢则需要 1.78 个周波(1/4 周波出现一次过零点,半个周波及后续 3 个点),因此该方法用时较少.

2.2　实验验证

为验证本文方法在实际使用中的有效性,利用实验室加州仪器的 MX30 模拟电源分别生成不同频率的信号,具体信号构成为

$$u = 220\sqrt{2}\cos(2\pi ft) + 22\sqrt{2}\cos(6\pi ft + 30°) + 11\sqrt{2}\cos(10\pi ft + 60°)$$

由于电源为非标准电源,不稳定,其输出频率及幅值有微小变化,所以本文采用 5 个周波的平均值作为估计频率,实验结果及误差见表 3.

表 3　实验结果及误差

Table 3　Experimental results and errors　Hz

设定频率	估计频率	误差
49.0	49.002 3	2.3×10^{-3}
49.5	49.501 6	1.6×10^{-3}
50.0	50.001 2	1.2×10^{-3}
50.5	50.499 1	1.0×10^{-4}
51.0	51.003 4	3.4×10^{-3}

从表 3 可看出,本文方法能够较准确地估计电源频率,且宽频率范围内估计精度基本不受影响,说明了该方法的有效性.

3　结语

本文提出了基于 DFT 输出过零点的系统频率快速估计方法:对信号进行 DFT 分析,基于四阶牛顿插值法求出 DFT 输出的过零点,由相邻过零点之间的时间差估计出频率. 因为分析得到的 DFT 输出是与基波频率相同的正弦波和少量高次谐波,由于 DFT 的滤波特性,可消去大部分谐波及噪声,所以本文方法对频率估计具有较高的精度. 仿真与实验结果证明了该方法的有效性,且受谐波干扰小,采样时间较少,只需 1.78 个周波即可实现频率估计,尤其适用于电力系统对实时性要求较高的实际工况.

参考文献:

[1]　磨少清,李啸骢. 一种高精度的改进傅里叶测频算法[J]. 电力系统自动化,2003,27(12):48.

[2]　ABDOLLAHI A,MATINFAR F. Frequency estimation:A least squares new approach[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,2011,26(2):790.

[3]　Dos SANTOS E M,NETO J P J,MARCHESAN G,et al. Power system frequency estimation using morphological prediction of Clarke components[J]. Electric Power Systems Research,2015,122:208.

[4]　RAWAT T K,Parthasarathy H. A continuous-time least mean-phase adaptive filter for power system frequency estimation[J]. Electrical Power and Energy Systems,2009,31:111.

[5]　BEGOVIC M M,DJURIC P M,DUNLAP S,et al.

Frequency tracking in power networks in the presence of harmonics [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1993, 6(2): 480.

[6] ZHANG P, XUE H, YANG R G. Shifting window average method for accurate frequency measurement in power systems [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, 26(4): 2887.

[7] WANG M H, SUN Y Z. A practical, precise method for frequency tracking and phasor estimation [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(4): 1547.

[8] De CARVALHO J R, DUQUE C A, LIMA M A A, et al. A novel DFT-based method for spectral analysis under time-varying frequency conditions [J]. Electric Power Systems Research, 2014, 108: 74.

[9] WEN H, GUO S Y, TENG Z S, et al. Frequency estimation of distorted and noisy signals in power systems by FFT-based approach [J]. IEEE Transactions on Power systems, 2014, 29(2): 765.

[10] 张政，温和，黎福海，等. 多水平集单周期电力系统频率测量方法及应用[J]. 电工技术学报，2017，32(7)：119.

[11] 赵庆生，谢运华，郭贺宏，等. 过零检测和曲线拟合的电力系统频率算法[J]. 电力系统及其自动化，2017，29(2)：21.

[12] 李军，王越超. 一种基于幅值调制的新型电力系统正弦频率测量方法[J]. 电工技术学报，2015，30(7)：144.

[13] ZHOU F, HUANG Z Y, ZHAO C Y, et al. Time-domain quasi-synchronous sampling algorithm for harmonic analysis based on Newton's interpolation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(8): 2804.