



引用格式:宛宇,张春燕,朱锦翊,等. 基于螺旋理论的多模式移动 3-RSR 并联机构奇异性分析[J]. 轻工学报,2020,35(3):88-98.

中图分类号:TH112 文献标识码:A

DOI:10.12187/2020.03.011

文章编号:2096-1553(2020)03-0088-11

基于螺旋理论的多模式移动 3-RSR 并联机构奇异性分析

Singularity analysis of multi-mode mobile 3-RSR parallel mechanism based on screw theory

宛宇,张春燕,朱锦翊,陈致,蒋新星,平安

WAN Yu,ZHANG Chunyan,ZHU Jinyi,CHEN Zhi,JIANG Xinxing,PING An

上海工程技术大学 机械与汽车工程学院,上海 201620

School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China

关键词:

并联机构;多模式移动;螺旋理论;空间线性几何理论;奇异性

Key words:

parallel mechanism;
multi-mode mobile;
screw theory;
space linear geometry theory;
singularity

摘要:针对 3-RSR 并联机构在运动过程中的奇异位形,提出了一种基于螺旋理论、几何代数法和空间线性几何理论的新方法,对 3-RSR 并联机构的全姿态多运动模式进行奇异性分析.该方法首先运用螺旋理论求出 3-RSR 并联机构的完整雅克比矩阵,然后通过代数法和几何作图法表示出机构各分支的反螺旋,再结合空间线性几何理论分析反螺旋相关性,得出固定模式下机构的奇异性图解,由此对全姿态多运动模式进行奇异性分析.结果表明,该方法能够更加简洁、直观地表示出 3-RSR 并联机构在两种运动模式下的奇异位形,且不需要大量计算,也适用于其他多模式移动并联机构的奇异位形求解.

收稿日期:2019-12-13

基金项目:上海市研究生科研创新基金项目(18KY0122)

作者简介:宛宇(1994—),男,湖北省黄冈市人,上海工程技术大学硕士研究生,主要研究方向为机器人机构设计.

通信作者:张春燕(1980—),女,安徽省淮北市人,上海工程技术大学教授,博士,主要研究方向为 CAD/CAM 机电一体化及机器人机构设计.

Abstract: Aiming at the singular configuration of 3-RSR parallel mechanism in the process of motion, a new method based on the theory of screw, geometric algebra and space linear geometry theory was proposed to analyze the singularity of 3-RSR parallel mechanism in the full-attitude and multi-motion mode. The method first used screw theory to find the 3-RSR complete Jacobin matrix of parallel mechanism, and then represented the anti-screw of each branch of the mechanism by algebraic method and geometric mapping method. The singularity diagram of the mechanism in the fixed mode was obtained to make the singularity analysis of the full-attitude and multi-motion mode, combining with the space linear geometry theory to analyze the anti-screw correlation. The results showed that this method could more concisely and intuitively represent the singular configuration of 3-RSR parallel mechanism in two motion modes, and it did not need a lot of calculation. It was also suitable for solving the singular configuration of other multi-mode mobile parallel mechanisms.

0 引言

并联机构^[1]具有承载力高、精度高等优点,被普遍应用于加工、制造、检测、物流等行业,近年来多应用于移动机构或作为移动机器人的腿部机构,形成“移动的并联机构”^[2-3].国内比较具有代表性的移动并联机构主要包括:一个或多个支链^[4]直接作为移动机构或移动机器人的腿的并联机构;以田耀斌^[5]为代表提出的全姿态多模式移动并联机构.由于并联机构自身的结构特点,在工作过程中会不可避免地出现各种不利于机构运动的奇异位形^[6],不能实现所要求的自由度.为了在机构设计过程中尽量避免奇异位形的出现,国内外研究人员提出了各种奇异位形分析方法^[7-16].但这些方法大多是根据雅克比矩阵行列式的值是否为零或雅克比矩阵是否降秩来判断机构是否具有奇异性,对于比较复杂的雅克比矩阵,计算繁琐,工作量大,不具有普遍适用性.文献[17]首次将线几何法应用于并联机构的研究,该方法无需计算雅克比矩阵行列式的秩,计算量小,判断直观、简便,但并未涉及机构的奇异性分析.文献[5]分析了具有全姿态多模式移动 3-RSR 并联机构的不同运动模式,但仅研究了机构多模式移动的方式,并未涉及机构多模式移动过程中驱动的选择和控制,以及奇异位形问题.

鉴于此,本文拟采用螺旋理论、几何代数法

与空间线性几何理论相结合的方法^[16],求解机构在固定模式下的奇异性图解,并以此为依据进行 3-RSR 并联机构全姿态多运动模式的奇异性分析,旨在指导机构设计中驱动的选择与控制,规避或利用奇异位形点,同时为机构步态规划提供理论依据.

1 机构描述与自由度分析

1.1 机构描述

图 1 为具有缩放平台的 3-RSR 并联机构简图.由 P 副组成的两个可缩放等边三角形构成该机构的上下平台,每个平台均由 3 个“V”形连杆通过 P 副相连形成一个等边三角形.上平台和下平台通过 3 个完全相同的 RSR 支链连接,且支链中两个转动副的轴线平行.当机构作为传统模式并联机构时,下平台固定作为基础平台,上平台作为动平台;当机构作为多运动模式并联机构时,上下平台交替与地面接触,形成全姿态多模式移动并联机构.

1.2 自由度分析

当下平台作为基础平台时,由于平台的缩放运动与支链的运动是分离的,因此机构的整体自由度即为固定平台的 3-RSR 并联机构的自由度加上两个平台的自由度.

当上下平台移动副锁定时,3-RSR 并联机构为非过约束机构^[17],其自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \xi$$

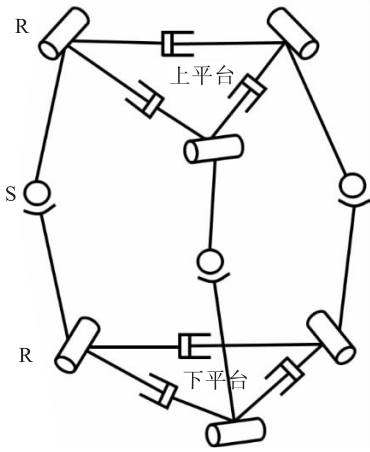


图1 3-RSR 并联机构简图

Fig.1 3-RSR parallel mechanism schematic diagram

其中, M 表示机构的自由度, n 表示包括机架的构件数目, g 表示运动副的数目, f_i 表示第 i 个运动副的自由度, v 表示并联冗余约束, ξ 表示局部自由度. 根据图 1 代入相应的数据计算, 机构此时的自由度为 3. 上下平台的移动副在实际工况中为同步缩放, 故上下平台总的自由度为 2, 机构总体自由度为 5.

2 机构奇异性分析方法

螺旋理论是建立机构雅克比矩阵的一种常用理论, 也是一种方法, 本文通过螺旋理论求出机构雅克比矩阵后, 将雅克比矩阵进行抽象的代数表达, 转化为空间线图, 再通过线性几何理论判断其奇异性.

2.1 3-RSR 并联机构完整螺旋雅克比矩阵的构建

传统固定模式下, 运用螺旋理论建立的具有缩放平台的 3-RSR 并联机构的运动螺旋如图 2 所示, 其中, 球铰 G_i 等同于 3 个相交不共面的旋转副(轴线 $\$_{2,i}, \$_{3,i}, \$_{4,i}$), P_i 点处和 Q_i 点处的旋转副轴线分别用 $\$_{1,i}$ 和 $\$_{5,i}$ 表示. 3 条支链都是由 5 个单自由度的旋转副组成的关节链, 动平台的瞬时螺旋可以表示为 5 个瞬时螺旋的线性组合:

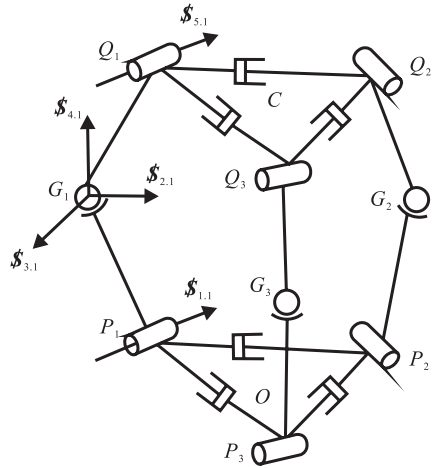


图2 3-RSR 并联机构的运动螺旋

Fig.2 Motion spiral of 3-RSR parallel mechanism

$$\$c = \beta_{1,i} \$1,i + \beta_{2,i} \$2,i + \beta_{3,i} \$3,i + \beta_{4,i} \$4,i + \beta_{5,i} \$5,i \quad i = 1, 2, 3 \quad \textcircled{1}$$

其中, $\beta_{j,i}$ ($j = 1, 2, \dots, 5$) 表示第 i 条支链第 j 个旋转副的角速度大小; $\$_{j,i}$ 表示一个单位螺旋. 则第 i 条支链的螺旋可以表示为

$$\$1,i = [s_{1,i}; \overline{CP}_i \times s_{1,i}]$$

$$\$2,i = [s_{2,i}; \overline{CG}_i \times s_{2,i}]$$

$$\$3,i = [s_{3,i}; \overline{CG}_i \times s_{3,i}]$$

$$\$4,i = [s_{4,i}; \overline{CG}_i \times s_{4,i}]$$

$$\$5,i = [s_{5,i}; \overline{CQ}_i \times s_{5,i}]$$

其中, $s_{1,i}$ 表示螺旋的原部, 是一个线矢量. 用 $\$_{r,1,i}$ 表示 $\$1,i, \$2,i, \$3,i, \$4,i, \$5,i$ 五螺旋系的一个反螺旋, 反螺旋系的维数为 1. 根据共面的两线矢互为反螺旋、螺旋的相逆性与坐标系选择无关的原则^[18], 通过两线矢量交点方法求各分支的约束反螺旋.

2.1.1 约束子矩阵 由空间几何关系可知, 各支链的反螺旋为一个通过球铰 G_i 的线矢量 $\overline{G_i D_{Di}}$ (节距为零), 且让它和过 P_i 的矢量 $s_{1,i}$ (方向为 $Unit(\overline{P_{i+2} P_{i+1}})$, 表示矢量 $\overline{P_{i+2} P_{i+1}}$ 的单位矢量)、过 Q_i 的矢量 $s_{5,i}$ (方向为 $Unit(\overline{Q_{i+2} Q_{i+1}})$) 相交. D 点为矢量 $s_{1,i}$ 与矢量 $s_{5,i}$ 间

的交点,具体求解线矢量 $\overline{\mathbf{G}_i\mathbf{D}_{D_i}}$ 的过程参见文献[16].

基于上述求解方法可以得到反螺旋 $\mathcal{S}_{r,1,i}$,其表达式为

$$\mathcal{S}_{r,1,i} = [\text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_i\mathbf{D}_{D_i}}); \overline{\mathbf{C}_i\mathbf{G}_i} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_i\mathbf{D}_{D_i}})] \quad (2)$$

$\mathcal{S}_{r,1,i}$ 是一个线矢量,用 $\mathcal{S}_{r,1,i}$ 作式①两边的互易积,得:

$$\mathcal{S}_{r,1,i} \circ \mathcal{S}_c = 0$$

根据反螺旋理论,上式对每一个支链产生一个等式(反螺旋):

$$\mathbf{J}_A \mathcal{S}_c = 0$$

其中, \mathbf{J}_A 是一个 3×6 的矩阵,称为约束雅克比矩阵:

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_1} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{D}_{D_1}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{D}_{D_1}})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_2} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_2}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_2}})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_3} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{D}_{D_3}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_3}})^T \end{bmatrix}$$

其中, \mathbf{J}_A 的每一行代表一个支链的关节施加一个单位的约束力螺旋.

2.1.2 驱动子矩阵 当锁住机构的每条驱动关节 P_i 副,每条支链变成只有4个自由度的旋转副组成的关节链,反螺旋系的维数为2,且式②表示的 $\mathcal{S}_{r,1,i}$ 为反螺旋系的子集,可求另外一个反螺旋 $\mathcal{S}_{r,2,i}$,即该机构的驱动力螺旋. $\mathcal{S}_{r,2,i}$ 与 $\mathcal{S}_{1,i}, \mathcal{S}_{2,i}, \mathcal{S}_{3,i}, \mathcal{S}_{4,i}, \mathcal{S}_{5,i}$ 的互易积为零,但与 $\mathcal{S}_{1,i}$ 的互易积不能为零.让该螺旋通过点 G_i 和 Q_i 即可,即:

$$\mathcal{S}_{r,2,i} = [\text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_i\mathbf{Q}_i}); \overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_i} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_i\mathbf{Q}_i})]$$

$\mathcal{S}_{r,2,i}$ 是一个线矢量,用 $\mathcal{S}_{r,2,i}$ 作式①两边的互易积,得:

$$\mathcal{S}_{r,2,i} \circ \mathcal{S}_c = \beta_{1,i} \mathcal{S}_{r,2,i} \circ \mathcal{S}_{1,i} \quad (3)$$

式③对每一个支链产生一个等式:

$$\mathbf{J}_x \mathcal{S}_c = \mathbf{J}_q \dot{q} \quad (4)$$

其中:

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{r,2,1} \circ \mathcal{S}_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{S}_{r,2,2} \circ \mathcal{S}_{1,2} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{S}_{r,2,3} \circ \mathcal{S}_{1,3} \end{bmatrix}$$

$$\dot{q} = [\beta_{1,1} \quad \beta_{1,2} \quad \beta_{1,3}]^T$$

式④左右两边同乘以 \mathbf{J}_q^{-1} ,得:

$$\dot{q} = \mathbf{J}_a \mathcal{S}_c$$

其中:

$$\mathbf{J}_a = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x =$$

$$\begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_1} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1})^T / \mathcal{S}_{r,2,1} \circ \mathcal{S}_{1,1} \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_2} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2})^T / \mathcal{S}_{r,2,2} \circ \mathcal{S}_{1,2} \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_3} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{Q}_3}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_3})^T / \mathcal{S}_{r,2,3} \circ \mathcal{S}_{1,3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_1} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_2} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_3} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{Q}_3}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_3})^T \end{bmatrix}$$

\mathbf{J}_x 是一个 3×6 的矩阵,称为驱动雅克比矩阵,是动平台的线速度和角速度到驱动关节之间的映射.

2.1.3 螺旋及其空间表达 机构的约束子矩阵和驱动子矩阵可以写成一个完整的 6×6 矩阵,即机构的完整雅克比矩阵螺旋表达式为

$$\mathbf{J}_w = \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_1} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{D}_{D_1}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{D}_{D_1}})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_2} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_2}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_2}})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_3} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{D}_{D_3}}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{D}_{D_3}})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_1} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_1\mathbf{Q}_1})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_2} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_2\mathbf{Q}_2})^T \\ (\overline{\mathbf{C}\mathbf{G}_3} \times \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{Q}_3}))^T & \text{Unit}(\overline{\mathbf{G}_3\mathbf{Q}_3})^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.2 机构奇异性判断

并联机构发生奇异的根本原因是,机构的各个分支作用在操作末端的力螺旋矢量线性相关,从而不能实现所要求的自由度.通过上面的分析,可以将机构的完整雅克比矩阵进行空间线图表达,而空间线性几何理论是研究空间矢量的线性相关性的系统理论^[7],可以判定机构在不同姿态下螺旋矢量表达的相关性.

当3-RSR 并联机构上下平台的转动轴线

不相互平行时,依据空间线性几何理论,用作图法可以表示出机构在运动过程一般位置时某一支链的约束反螺旋和驱动反螺旋(见图3和图4)。

该方法使机构奇异性的空间表达更加直观,避免了繁琐的计算过程.同时,也为找出具有多种移动模式的并联机构在运动过程中的奇异性提供了一种新的思路。

3 固定模式下具有缩放平台的3-RSR 并联机构奇异性图解

根据式⑤画出机构约束反螺旋和驱动反螺旋在空间上的矢量表达.约束反螺旋可以看成

是节距 $h = 0$ 的线矢量,表示对机构的约束力;驱动反螺旋可以看成节距 $h = \infty$ 的偶量,表示对机构的约束力偶.根据文献[18]螺旋的相关性和相逆性结论,可得到 3-RSR 并联机构在固定模式下 5 种情况(一般位置、3 个球副完全重合、连接杆和上平台在同一平面、连接杆在空间两两平行、连接杆和驱动杆轴线重合)的约束反螺旋和驱动反螺旋的相关性,即机构的约束奇异和驱动奇异.5 种情况的机构空间螺旋的表达如图 5—9 所示,具体分析过程如下。

情况一:当机构处于一般位置时,根据空间

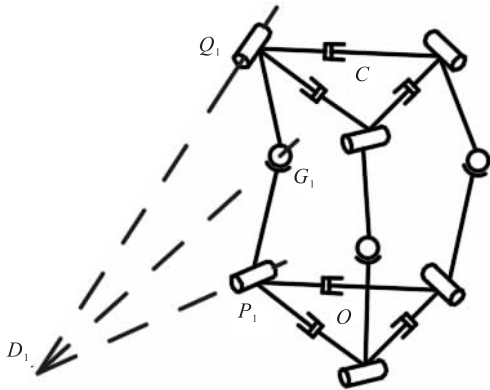


图3 约束反螺旋空间几何表达

Fig.3 The geometric representation of the constrained reciprocal screw space

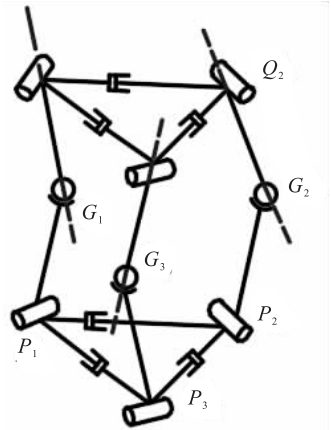
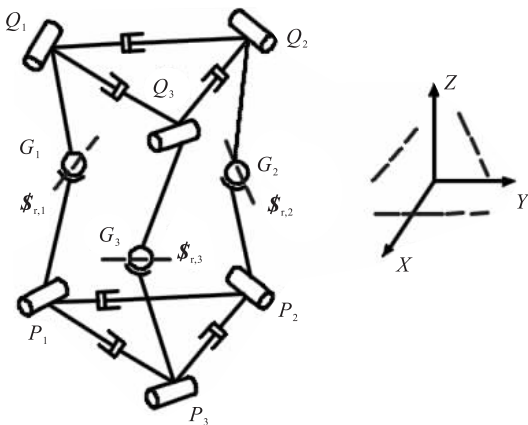
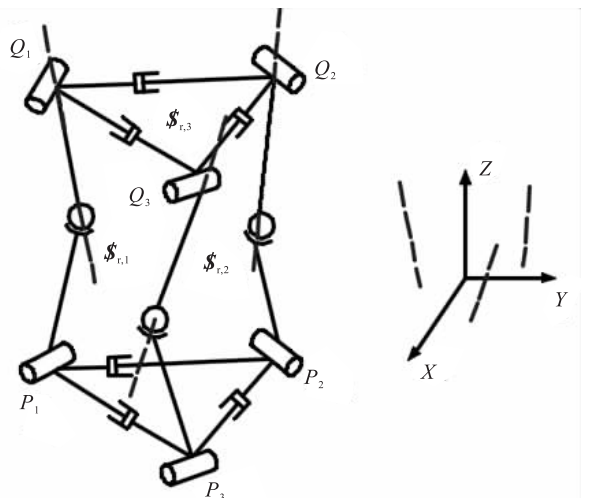


图4 驱动反螺旋空间几何表达

Fig.4 The geometric representation of the driving reciprocal screw space



a) 约束反螺旋空间表达



b) 驱动反螺旋空间表达

图5 一般位置下机构空间螺旋的表达

Fig.5 The expression of the space screw of the mechanism at a general position

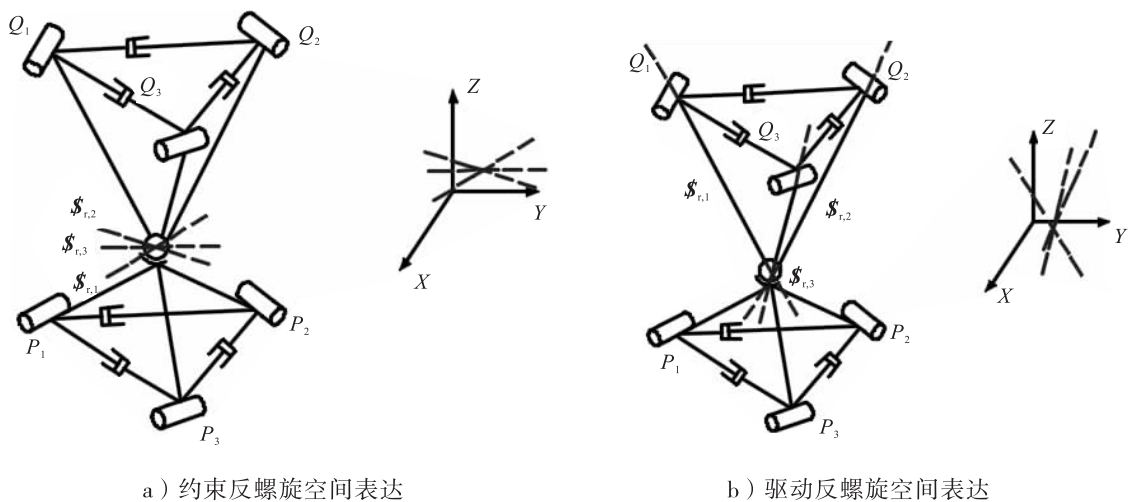


图 6 3 个球副完全重合时机机构空间螺旋的表达

Fig. 6 The expression of the space screw of the mechanism when the three spherical pairs are completely overlapped

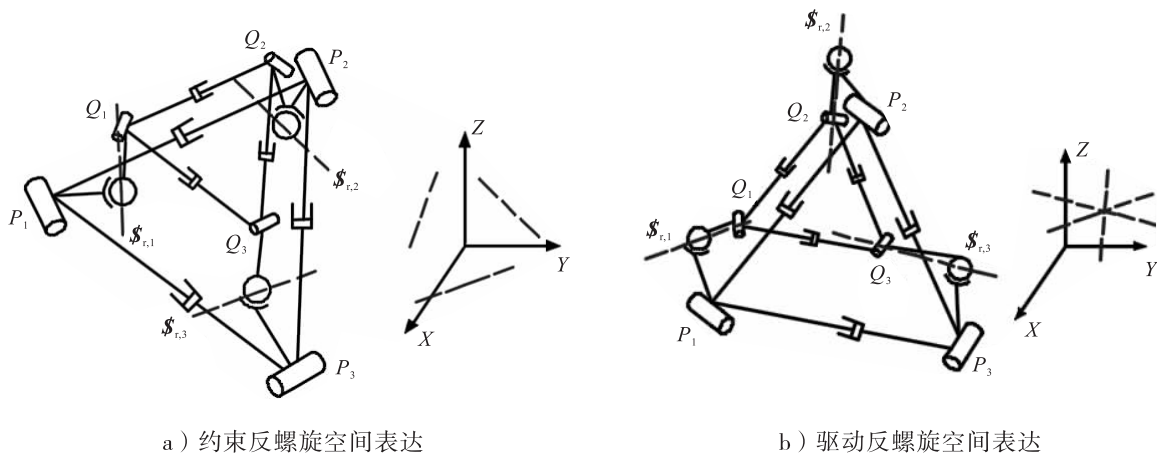


图 7 连接杆和上平台在同一平面时机机构空间螺旋的表达

Fig. 7 The expression of the space screw of the mechanism when connecting rod and upper platform are in the same plane

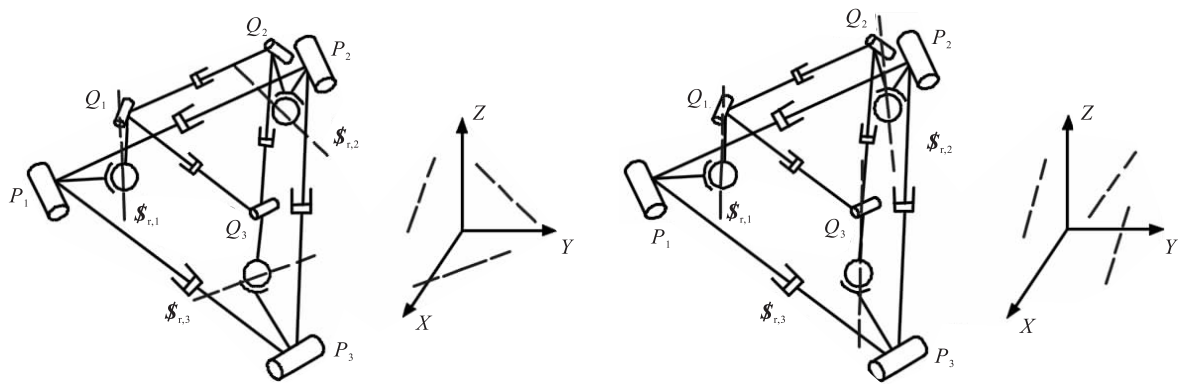


图 8 连接杆在空间两两平行时机机构空间螺旋的表达

Fig. 8 The expression of the space screw of the mechanism when the connecting rod is parallel to each other

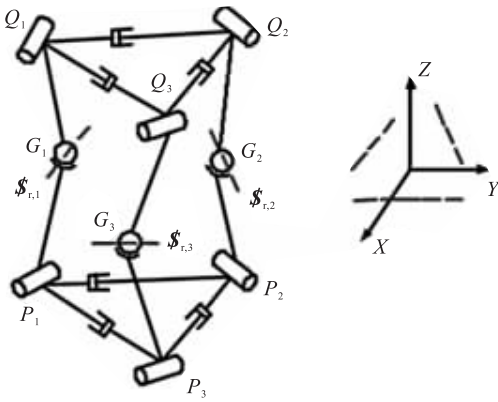


图9 驱动杆和连接杆轴线重合时机构空间螺旋的表达

Fig. 9 The expression of the space spiral of the mechanism when the axes of the driving rod and the connecting rod coincide

线性几何理论,空间线矢的最大线性无关数为3,偶量在空间任意情况的最大线性无关数为3.由图5可知,在一般模式下,机构的约束反螺旋和驱动反螺旋都线性无关,机构不存在约束奇异和结构奇异.

情况二:当机构的3个球副完全重合时,根据空间线性几何理论,空间3条线矢共面汇交一点,此时的最大线性无关数为2.由图6可知,3条约束反螺旋线性相关,产生约束奇异;3条驱动反螺旋为偶量,最大线性无关数为3,无结构奇异.

情况三:当3-RSR 并联机构连接杆和上平台在同一平面时,根据线几何理论,空间线矢的最大线性无关数为3,空间同一平面内的偶量最大线性无关数为2.由图7可知,机构3条支链的驱动反螺旋线性相关,机构不存在约束奇异,但存在结构奇异.

情况四:当机构的连接杆在空间两两平行时,根据空间线性几何理论,空间3条偶量相互平行的最大线性无关数为1.由图8可知,机构3条支链的驱动反螺旋线性相关,机构存在结构奇异,但不存在约束奇异.

情况五:当机构的驱动杆与连接杆轴线重合时,根据空间线性几何理论,空间线矢的最大线性无关数为3,此时机构不存在约束奇异;机构分支的驱动反螺旋不存在,机构存在结构奇异.

4 全姿态多运动模式移动 3-RSR 并联机构奇异性分析

在移动机构和移动机器人的设计中,充分利用并联机构平台与支链的运动关系,结合并联平台多操作模式的思想^[19],集成多种运动模式在一个移动并联机构上,让支链与平台均参与机构的滚动、步行、自穿越等运动,可形成全姿态多运动模式移动并联机构.

本文提出的全姿态多运动模式移动 3-RSR 并联机构由于自身结构特点,可实现多方向滚动、自穿越等模式^[5],但机构在实现这些运动模式时,驱动的选择与机构的奇异性尚不明确.机构在实现滚动运动和自穿越运动的过程中,每一次步态的转变可以把与地面相连接的杆件所形成的面看成是静平台,同时机构其他杆件的运动可以看成是动平台运动.基于这一思想,上文求出的 3-RSR 并联机构的 5 种奇异位形,可以为机构在全姿态移动过程中的每一次步态转换规避或利用奇异时选择最合适的关节或驱动杆提供理论依据.

4.1 滚动模式奇异性分析

图10为3-RSR移动并联机构在滚动模式下一个周期的运动步态.根据上下平台在滚动过程中的位置,一个滚动周期可以分为7个位姿.其中I—II, III—IV, V—VI的位姿转换可以看作是固定模式下机构的运动.在II—III, IV—V, VI—VII的位姿转换中,机构结构保持不变,只有重心移动,在这个过程中没有奇异位形.

从步态1到步态2的运动过程如图11所

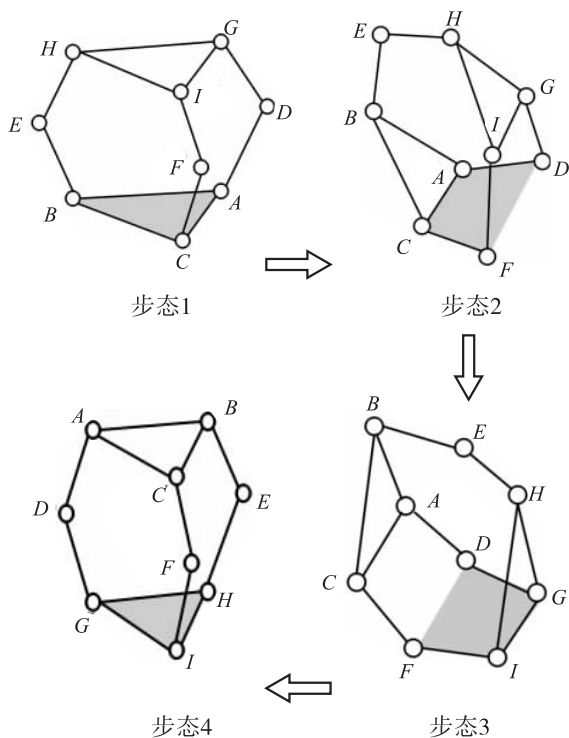


图 10 3-RSR 移动并联机构在滚动模式下一个周期的运动步态

Fig. 10 One cycle motion gait of 3-RSR moving parallel mechanism in rolling model

示.由图 11 可知,在步态 1 到步态 2 的运动过程中,机构在位姿 I 时以 A, B, C 3 点形成的平面为定平台,通过驱动杆 AD 和 CF 使得机构重心在地面上的投影落在平面 ABC 外.在重力作用下,机构滚动到位姿 II;锁定机构各杆,在重力作用下,机构保持固定形态,以 AC 杆为转动轴线,到达位姿 III.根据 3-RSR 并联机构在固定模式下的奇异位形分析可知,机构在图 11 的运动过程中无奇异位形.

步态 2 到步态 3 的运动过程如图 12 所示.由图 12 可知,在步态 2 到步态 3 的运动过程中,机构在位姿 III 时以 $ADCF$ 四点形成的平面为定平台,通过驱动杆 GD 和 IF 使得机构重心在地面上的投影落在平面 $ACFD$ 外,到达位姿 IV.在这个过程中,机构可能出现杆 BE 和杆 EH 共线的情况,从而出现奇异位形(见图 13).

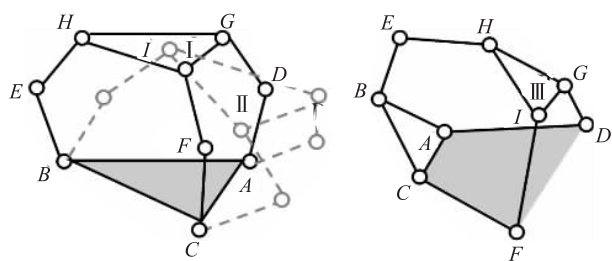


图 11 步态 1 到步态 2 的运动过程图

Fig. 11 Movement process diagram of gait 1 to gait 2

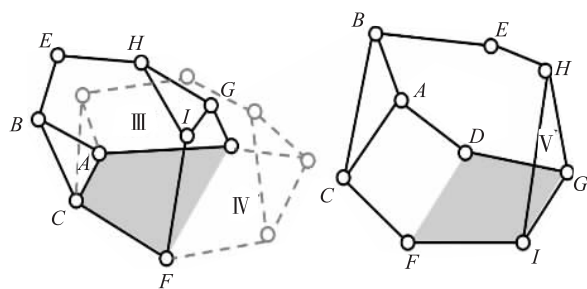


图 12 步态 2 到步态 3 的运动过程图

Fig. 12 Movement process diagram of gait 2 to gait 3

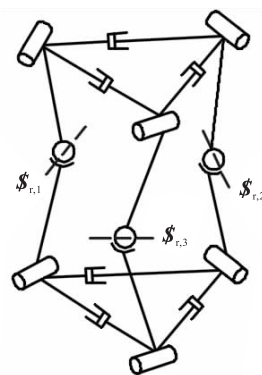


图 13 步态 2 到步态 3 出现的约束奇异位形

Fig. 13 Constraint singular configuration of gait 2 to 3

因此在这一过程中,选择杆 BE 和杆 EH 的电机作驱动,转动一定角度到达位姿 IV,然后锁定各驱动电机,机构以固定形态在重力的作用下绕杆 DF 转动到达位姿 V.

步态 3 到步态 4 的运动过程如图 14 所示.由图 14 可知,在步态 3 到步态 4 的运动过程中,机构在位姿 V 时以 $DFIG$ 四点形成的平面为定平台,通过驱动杆 AD 和 CF 上的电机,使机构重心在地面的投影落在平面 $DFIG$ 外,到

达位姿VI. 整个过程中未出现奇异位形,之后机构在重力的作用下绕着杆GI转动,到达位姿VII.

基于上述机构滚动模式中一个周期变化的分析可以发现,全姿态多模式移动3-RSR并联机构的滚动运动基于ZMP原理,即通过改变机构构型实现重心移动来实现某一方向的滚动.

每一个步态转换的实现可分为两个阶段:机构构型重心改变阶段和翻滚阶段. 在重心改变阶段,机构的一个平台与地面接触,此时机

构的上平台相对于下平台的运动可以看作传统固定平台下的机构运动模式,因此3-RSR并联机构在固定模式下的各种奇异位形在此运动模式下均适用;在因转移实现翻滚的阶段,机构构型是发生变化的,但重心相对于机构自身未发生改变,因此,在滚动模式中只需分析机构重心前移的过程. 分析滚动模式下可能出现的各种奇异位形,可为机构在全姿态移动过程中驱动电机的选择与利用提供理论依据.

4.2 自穿越模式奇异性分析

自穿越模式下一个周期的运动步态如图15所示. 该过程可以看作是上下平台的交替过程,选择合适的关节来驱动,以避免机构可能出现的奇异位形. 根据3-RSR并联机构在固定模式下的分析可知,自穿越模式下的奇异位形如图16所示.

步态1时机构处于图16a)所示的奇异位形,此时选择驱动杆BE,CF,AD的3个电机作

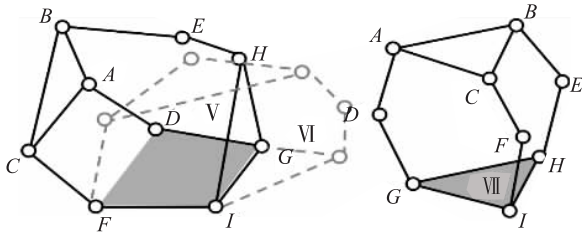


图14 步态3到步态4的运动过程图

Fig. 14 Movement process diagram of gait 3 to gait 4

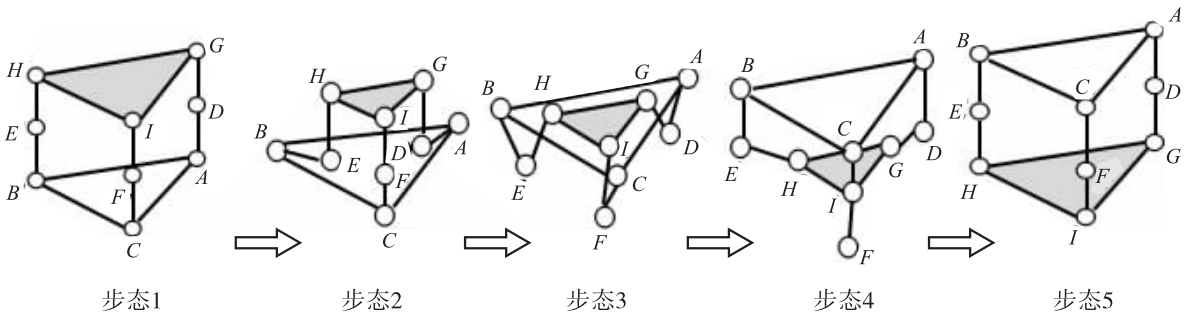


图15 自穿越模式下一个周期的运动步态

Fig. 15 A cycle motion gait in self-traversing mode

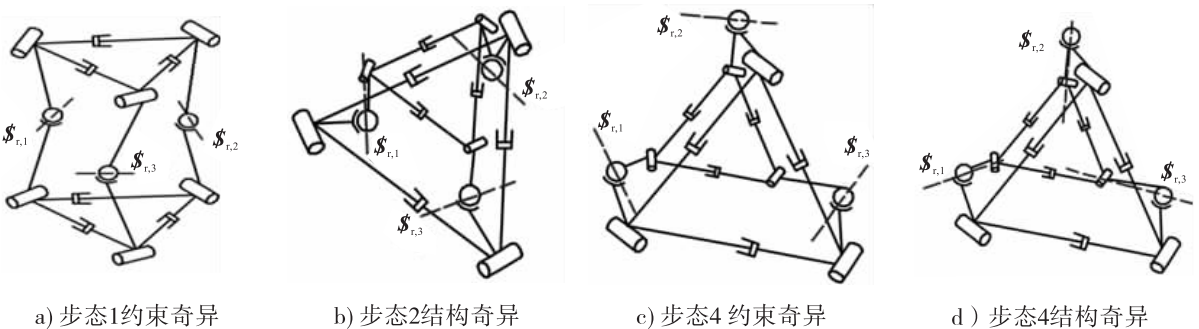


图16 自穿越模式下的奇异位形

Fig. 16 Singular configuration in the self-traversal mode

为驱动电机,上平台电机工作,同步收缩驱动杆 BE,CF,AD 向中心方向同步转动.其他杆件驱动锁定不变,机构可以很好地由步态1到达步态2.

在步态2时,机构处于结构奇异状态(见图16b)),此时选择驱动杆 BE,CF,AD 的3个电机工作,上下平台的电机和连杆电机均不工作,机构可从步态2到达步态3.

当机构运动到步态3时,根据3-RSR并联机构在固定模式下的各种奇异图解可知,机构无奇异位形,选择驱动杆 BE,CF,AD 的3个电机工作,上下平台的电机和连杆电机均不工作.

当机构运动到步态4时,机构产生约束奇异(见图16c)),此时由于驱动奇异,机构产生结构奇异(见图16d)).机构出现物理意义上的卡死现象,此时改变机构驱动,驱动杆3个电机锁死,选择连接杆 EH,FI,GD 的3个电机工作,上平台收缩到最小状态,此时机构通过连接杆的驱动到达步态5.

当机构运动到步态5时,由3-RSR并联机构在固定模式下的各种奇异图解可知,此时机构处于奇异位形,需要锁定所有的驱动,避免机构在此位形失稳.

在该模式下,机构的自穿越过程可以看成是上下平台交替与地面接触转换的过程.每一次当一个平台与地面接触、另一平台作相对运动时,机构的奇异位形与3-RSR并联机构在固定模式下的各奇异位形均可一一对应.机构在自穿越整个运动过程中,均需要利用特殊点的奇异位形,因而选择每一步态的驱动电机很关键,因为驱动电机的选择与分时控制均会影响到每一步态的实现.在自穿越运动的过程中,每一次姿态转换均需要考虑图16中列出的可能奇异位形.此外,通过选择机构驱动器和规划运动步态,还可以避免或利用这些奇异位形.

5 结语

本文采用螺旋理论、几何代数法和空间线性几何理论相结合的方法,对多模式移动3-RSR并联机构在运动过程中的奇异位形进行探索.通过几何代数法推导出机构的完整雅克比矩阵,结合空间线性几何理论的相关知识,对机构全姿态移动模式下的奇异位形进行分析,得出两种运动模式下机构奇异位形图.这种将机构雅克比矩阵运动螺旋进行空间线图表示,再通过线几何判断运动螺旋线图的相关性来确定机构奇异位形的方法,与其他研究方法相比,更加简便、直观,不需要大量计算,为机构驱动的选择与电机的分时控制提供了理论依据.更重要的是,该方法建立了并联机构拓扑机构与奇异位形的联系,通过适当的拓扑机构优化,可以得到主动避免奇异位形的并联机构,对改进奇异位形的并联机构设计具有指导意义.

参考文献:

- [1] 张帆. 并联机构特性分析与综合研究[D]. 上海: 东华大学, 2008.
- [2] PATNAIK L, UNHAND L. Kinematics and dynamics of Jansen leg mechanism: A bond graph approach[J]. *Simulation Modelling Practice & Theory*, 2016, 60:160.
- [3] RUSSO M, HERRERO S, ALTUZARRA O, et al. Kinematic analysis and multi-objective optimization of a 3-UPR parallel mechanism for a robotic leg[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2018, 120:192.
- [4] 苗志怀, 姚燕安, 孔宪文. 基于2-UPU+2-UU并联机构的两足步行机器人[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(5):208.
- [5] 田耀斌. 多模式移动连杆机构理论研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2015.
- [6] 高征, 高峰. 新型并联机器人的奇异位形分析

- [J]. 机械工程学报, 2008, 44(1): 133.
- [7] SODHI R S. A review of kinematic geometry of mechanisms[J]. Mechanism & Machine Theory, 1984, 19(2): 275.
- [8] MERLET J P. Singular configurations of parallel manipulators and grass Mann geometry [J]. International Journal of Robotics Research, 1988, 8(5): 194.
- [9] COLLINS C L, LONG G L. The singularity analysis of an in-parallel hand controller for force-reflected teleoperation[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1995, 11(5): 661.
- [10] GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281.
- [11] KUMAR V. Instantaneous kinematics of parallel-chain robotic mechanisms [J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(3): 349.
- [12] VOGLEWEDE P A, EBERT-UPHOFF I. Over-arching framework for measuring closeness to singularities of parallel manipulators [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(6): 1037.
- [13] COLLINS C L, MCCARTHY J M. The quartic singularity surfaces of planar platforms in the Clifford algebra of the projective plane [J]. Mechanism & Machine Theory, 1998, 33(7): 931.
- [14] PARK F C, KIIVI J W. Singularity analysis of closed kinematic chains[J]. Journal of Mechanical Design, 1999. 121: 32.
- [15] PENDAR H, MANAMA M, ZOHOOR H. Singularity analysis of parallel manipulators using constraint plane method[J]. Mechanism & Machine Theory, 2011, 46(1): 33.
- [16] 陈文凯. 3-RSR 并联机器人运动学和动力学建模与仿真[D]. 上海: 华东交通大学, 2006.
- [17] MERLET J P. Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry [J]. Int Robotics Research, 1989, 8(5): 45.
- [18] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [19] REFAAT S, HERVÉJ M, NAHAVANDI S, et al. Two-mode over-constrained three-dof rotational-translational linear-motor-based parallel-kinematics robot for machine tool applications[J]. Robotica, 2002, 25(4): 461.