



朱志伟,史慧革,张振,等. 电力系统随机小扰动区间稳定性分析[J]. 轻工学报,2021,36(2):102-108.
ZHU Z W, SHI H G, ZHANG Z, et al. Stochastic interval stability analysis of power systems under small random excitation[J]. Journal of Light Industry, 2021, 36(2):102-108. DOI:10.12187/2021.02.013
中图分类号:TM711;TM712 文献标识码:A 文章编号:2096-1553(2021)02-0102-07

电力系统随机小扰动区间稳定性分析

Stochastic interval stability analysis of power systems under small random excitation

朱志伟¹, 史慧革², 张振¹, 曹桂州¹
ZHU Zhiwei¹, SHI Huige², ZHANG Zhen¹, CAO Guizhou¹

- 1. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001;
- 2. 国网河南省电力公司 南阳供电公司, 河南 南阳 473000
- 1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;
- 2. Nanyang Power Supply Company, He'nan Electric Power Company of State Grid, Nanyang 473000, China

关键词:
电力系统; 随机激励;
参数摄动; 随机区间
稳定

Key words:
power system;
random excitation;
parameter
perturbation; stochastic
interval stability

摘要:通过建立含异步风力发电机组的电力系统随机不确定动态模型,基于随机微分方程、矩阵论等相关理论,给出系统依概率稳定定理,构造 Lyapunov 函数,并利用微分算子分析包含参数摄动的异步风力发电机组的随机小扰动区间稳定性. 仿真结果验证了本文所提出的考虑参数摄动的电力系统依概率稳定定理的有效性.

收稿日期:2020-07-23

基金项目:国家自然科学基金项目(61473265,61603345);河南省高校科技创新团队支持计划项目(17IRTSTHN013)

作者简介:朱志伟(1968—),男,河南省郑州市人,郑州大学实验师,主要研究方向为电力系统故障检测、非线性系统.

Abstract: A stochastic uncertain dynamic model was put forward for power systems with asynchronous wind turbines. Based on the stochastic differential equation, matrix theory and other related theories, a Lyapunov function was constructed according to the probability stability theorem, and the stochastic small disturbance interval stability of the asynchronous wind turbine with parameter perturbation was analyzed by differential operator. Simulation results verified the validity of the proposed probabilistic stability theorem for power systems with parameter perturbation.

0 引言

电力系统在运行过程中会不可避免地受到随机扰动的影响,风力发电等新能源并网过程中随机因素对电力系统稳定性和电能质量的影响不容忽略^[1-2]。此外,由于温度、湿度等环境因素的影响,以及电力系统元件制造工艺、信息采集准确度等条件的限制,系统参数往往无法准确获取^[3],存在参数摄动问题。在这种情况下,对系统的不定参数取某个确定的值来分析系统的稳定性,无法得到符合实际的结论。在实际的电力系统中建立随机不确定动态模型,明确不定参数与随机因素及它们之间的关系尤为重要。

近些年,研究人员针对电力系统中小干扰稳定性的研究取得了一些成果。文献[3]建立了含异步风电机组的电力系统确定性模型,给出了系统的区间稳定定理,并对其稳定性进行了分析,但未考虑随机因素对系统性能的影响。文献[4-5]对风电并网电力系统小干扰依概率稳定性进行了分析,但未考虑系统中某些参数的不确定性,以及系统参数与小扰动之间的约束关系。文献[6-12]建立了电力系统随机小扰动下的模型,并对其小干扰稳定性进行了分析,但采用的 p 阶矩稳定性或均值稳定性、均方稳定性分析并不能突出随机因素的存在及对系统的影响,而且未考虑系统参数摄动问题,以及不定参数与随机扰动之间的关系。文献[13]建立了电力系统的随机模型,在稳定性分析中突出了随机因素的存在,但不能明确随机因素

与参数之间的关系。以上研究未能建立基于系统不定参数的随机模型,在随机扰动下对系统的稳定性分析中,均未能表现随机因素与系统参数之间的约束关系。

鉴于此,本文拟在随机因素扰动及参数不确定情况下,建立含异步风电电力系统的随机不确定动态模型,结合随机微分理论^[14-15]给出系统依概率稳定定理,明确随机因素与系统参数之间的约束关系,以期为系统稳定性分析与控制提供理论依据。

1 电力系统随机不确定动态模型的建立

不考虑风速等随机波动因素对异步风力发电机组的影响,风力发电机组的轴系模型^[3]可以表示为

$$\begin{cases} T_t \frac{d\omega_t}{dt} = T_\omega - T_{sh} \\ T_J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{sh} - T_e \\ \frac{d\theta_\omega}{dt} = (\omega_t - \omega_r) \omega_0 \end{cases}$$

其中, ω_t 和 ω_r 分别为风力机转速和发电机转速, θ_ω 为轴系扭曲角度, T_t 和 T_J 分别为风力机和发电机的转动惯量, T_ω 、 T_{sh} 和 T_e 分别为风力机输出机械转矩、轴系转矩和发电机电磁转矩。

在实际系统中,风速等随机波动会造成风力发电机输入机械功率的波动,此功率波动在短时间内围绕某一均值波动,把功率波动作为高斯随机扰动项,且把系统的阻尼系数作为不确定参数,建立新的系统模型。

风力机机械功率可以用随机微分方程表示为

$$\begin{cases} p_m = p_{m0} + \Delta p_m(t) \\ d\Delta p_m(t) = \vartheta dW(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, p_m 为风力机机械功率; $W(t)$ 为维纳过程; p_{m0} 为机械功率的初值, 即确定性部分; $\Delta p_m(t)$ 为由于随机扰动引起的功率波动部分; ϑ 为随机扰动的扩散系数.

异步风机组的转子运动方程为

$$T_t \frac{d\omega_t}{dt} = \frac{p_m - p_e}{\omega_r} \quad (2)$$

其中, p_e 为电磁功率, 将式(2)代入式(1)得到异步风机转子运动随机微分方程为

$$\frac{d\omega_t}{dt} = \frac{p_{m0} - p_e}{T_t \omega_r} + \frac{\vartheta p_{m0}}{T_t \omega_r} W(t)$$

由功率等于转矩与角速度的乘积可知, 考虑随机扰动的电机轴系动态模型为

$$\begin{cases} T_t \frac{d\omega_t}{dt} = T_\omega - T_{sh} + \sigma W(t) \\ T_J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{sh} - T_e \\ \frac{d\theta_\omega}{dt} = (\omega_t - \omega_r) \omega_0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\sigma = \frac{\vartheta p_{m0}}{\omega_r}$, 系统中轴系转矩为

$$T_{sh} = K\theta_\omega + D_l \frac{d\theta_\omega}{dt} \quad (4)$$

其中, K 为轴的刚性系数, D_l 为阻尼系数. 将式(4)代入式(3), 可得异步风机随机模型为

$$\begin{cases} T_t \frac{d\omega_t}{dt} = T_\omega - K\theta_\omega - D_l(\omega_t - \omega_r)\omega_0 + \sigma W(t) \\ T_J \frac{d\omega_r}{dt} = K\theta_\omega + D_l(\omega_t - \omega_r)\omega_0 - T_e \end{cases} \quad (5)$$

考虑系统中的参数摄动, 即令 $\omega_t = \omega_{t0} + \Delta\omega_t$, $\omega_r = \omega_{r0} + \Delta\omega_r$, 其中 $\Delta\omega_t$, $\Delta\omega_r$ 为参数摄动项, 则系统(5)可以表示为

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = \frac{1}{T_t} [T_\omega - K\theta_\omega - D_l(\Delta\omega_t - \Delta\omega_r)\omega_0] + \frac{\sigma}{T_t} W(t) \\ \frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{T_J} [K\theta_\omega + D_l(\Delta\omega_t - \Delta\omega_r)\omega_0 - T_e] \end{cases}$$

令 $s = -\Delta\omega_r$, 则有

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = \frac{1}{T_t} [T_\omega - K\theta_\omega - D_l(\Delta\omega_t + s)\omega_0] + \frac{\sigma}{T_t} W(t) \\ \frac{ds}{dt} = -\frac{1}{T_J} [K\theta_\omega + D_l(\Delta\omega_t + s)\omega_0 - T_e] \end{cases}$$

当风电机组处于某个稳定运行点时, 即

$T_\omega = K\theta_\omega = T_{e0}$, 由文献[3], 可得

$$T_e = \frac{U_1^2 r_m}{r_m^2 + x_m^2} + \frac{U_1^2 (r_r + r_s + r_r/s)}{(r_s + r_r/s)^2 + (x_s + x_r)^2} \quad (6)$$

对式(6)在 s_0 处作泰勒展开, 可得

$$T_e = T_{e0} + (dT_e/ds)_{s=s_0} \Delta s$$

令 $s = s_0 + \Delta s$, 则

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = \frac{-D_l\omega_0}{T_t} \Delta\omega - \frac{D_l\Delta\omega_0}{T_t} \Delta s - \frac{D_l\omega_0}{T_t} s_0 + \frac{\sigma}{T_t} W(t) \\ \frac{d\Delta s}{dt} = \frac{-D_l\omega_0}{T_J} \Delta\omega_t + \left(\frac{-D_l\omega_0}{T_J} + \frac{(dT_e/ds)_{s=s_0}}{T_J} \right) \Delta s + \frac{-D_l\omega_0}{T_J} s_0 \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$R = dT_e/ds = \frac{-U_1^2 r_r [(r_s + r_r/s)^2 + (x_s + x_r)^2]}{[(r_s + r_r/s)^2 + (x_s + x_r)^2]^2} + \frac{2U_1^2 r_r (r_r + r_s + r_r/s)(r_s + r_r/s)}{[(r_s + r_r/s)^2 + (x_s + x_r)^2]^2} \Big|_{s=s_0}$$

将式(7)表示为向量形式, 即得电力系统随机不确定动态模型为

$$dX(t) = AX(t) dt + U dt + Q dB(t) \quad (8)$$

其中

$$X(t) = \begin{bmatrix} \Delta\omega_t \\ \Delta s \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-D_l\omega_0}{T_t} & \frac{-D_l\omega_0}{T_t} \\ \frac{-D_l\omega_0}{T_J} & \frac{-D_l\omega_0 + R}{T_J} \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} -\frac{D_l \omega_0}{T_l} s_0 \\ -\frac{D_l \omega_0}{T_j} s_0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{\sigma}{T} \\ 0 \end{bmatrix}$$

在实际工程中,由于生产工艺、精度及系统运行过程中环境等因素的影响,阻尼系数不是一个精确值,而是在某一范围内取值. 本文定义 $D_l \in (\underline{D}, \bar{D})$, 取 $D = (\underline{D} + \bar{D})/2$, $\tilde{D} = (\bar{D} - \underline{D})/2$, 则 \tilde{D} 非负, 令 $D_l = D + \Delta D$, 其中 $\Delta D \in (-\tilde{D}, \tilde{D})$.

2 随机电力系统变参数稳定性分析

定理 1 考虑系统⑧, 矩阵 A 的特征值实部为负, 且系统解初值有界, 若满足

$$\begin{cases} L_1(\bar{D}^2 + \underline{D}^2) \pm [L_2 - L_3 \lambda \sigma^2 + L_1(\bar{D} + \underline{D})](\bar{D} + \underline{D}) + \\ (L_2 - L_3 \lambda \sigma^2)(\bar{D} + \underline{D}) > L_4 \\ M_1 \underline{D}^3 + (M_2 + M_3 \lambda \sigma^2) \underline{D}^2 + (M_4 \lambda^2 \sigma^4 - M_5 \lambda \sigma^2 + \\ M_6) \underline{D} \leq M_7 \lambda \sigma^2 - M_8 \end{cases}$$

则系统是依概率稳定的, 其中 $\lambda, L_1 = \frac{2(4 - T_l - T_j)}{T_l T_j}, L_2 = \frac{2(T_l + T_j)R}{T_l T_j^2}, L_3 = 2T_j, L_4 =$

$$\frac{2R^2}{T_j^2}, M_1 = 4T_l T_j (T_j^2 - T_l^2), M_2 = [4T_l^3 T_j - (T_l +$$

$$T_j)^2]R, M_3 = 2T_l^2 T_j - 4T_j^3 + \frac{(T_l + T_j)^2}{2T_l}, M_4 = \frac{T_j^3}{T_l},$$

$$M_5 = -2T_l^2 T_j R - R(T_l + T_j), M_6 = 2R^2(T_l + T_j)T_l,$$

$$M_7 = T_l^2 R^3, M_8 = -\frac{1}{2}T_l R^2 \text{ 均为常量.}$$

证明 对于系统⑧, 若矩阵 A 为负定矩阵, 则系统是小干扰稳定的.

构造 Lyapunov 函数 $V = e^{\lambda x_1 x_2}$, 其中 λ 是常量, 对其关于 x_1, x_2 分别求一阶和二阶偏导, 得 V_x 和 V_{xx} [15]:

$$V_x = [\lambda x_2 e^{\lambda x_1 x_2}, \lambda x_1 e^{\lambda x_1 x_2}]$$

$$V_{xx} = \begin{bmatrix} \lambda^2 x_2^2 e^{\lambda x_1 x_2} & (\lambda^2 x_1 x_2 + \lambda) e^{\lambda x_1 x_2} \\ (\lambda^2 x_1 x_2 + \lambda) e^{\lambda x_1 x_2} & \lambda^2 x_1^2 e^{\lambda x_1 x_2} \end{bmatrix}$$

对于系统⑧, 令 $a_{11} = \frac{-D_l \omega_0}{T_l}, a_{12} = \frac{-D_l \omega_0}{T_l},$
 $a_{21} = \frac{-D_l \omega_0}{T_j}, a_{22} = \frac{-D_l \omega_0 + R}{T_j}, b_1 = -\frac{D_l \omega_0 s_0}{T_l},$
 $b_2 = \frac{-D_l \omega_0 s_0}{T_l}$, 取 $a = a_{21}, b = \frac{\lambda \sigma^2}{2T_l^2} + a_{12}, c = a_{11} +$
 $a_{22}, d = b_2, e = b_1$, 则微分算子 [13] 为

$$LV = e^{\lambda x_1 x_2} \left[a_{21} x_1^2 + \left(\frac{\lambda \sigma^2}{2T_l^2} + a_{12} \right) x_2^2 + (a_{11} + a_{22}) x_1 x_2 + b_2 x_1 + b_1 x_2 \right]$$

因为 $e^{\lambda x_1 x_2} > 0$, 那么当

$$a_{21} x_1^2 + \left(\frac{\lambda \sigma^2}{2T_l^2} + a_{12} \right) x_2^2 + (a_{11} + a_{22}) x_1 x_2 + b_2 x_1 + b_1 x_2 \leq 0$$

即 $ax_1^2 + bx_2^2 + cx_1 x_2 + dx_1 + ex_2 \leq 0$ 时, $LV \leq 0$. 进一步, 取函数 $f = ax_1^2 + bx_2^2 + cx_1 x_2 + dx_1 + ex_2$, 对函数 f 关于 x_1, x_2 求一阶偏导, 则

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_1} = 2ax_1 + cx_2 + d = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2bx_2 + cx_1 + e = 0 \end{cases}$$

解得唯一极值点为 $\left(-\frac{2bd - ce}{4ab - c^2}, \frac{cd - 2ae}{4ab - c^2} \right)$, 无扰

动下系统平衡点为 $\left(\frac{a_{22}e - a_{11}d}{a_{11}(a - a_{22})}, \frac{a_{11}d - ae}{a_{11}(a - a_{22})} \right)$.

对函数 f 关于 x_1, x_2 求二阶偏导, 得 $\bar{A} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} = 2a, \bar{B} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = c, \bar{C} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} = 2b$, 函数 f 在极值点为极大值时, 满足

$$\begin{cases} \bar{A}\bar{C} - \bar{B}^2 > 0 \\ \bar{A} < 0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} 2a_{21} \left(\frac{\lambda \sigma^2}{T_l^2} + 2a_{12} \right) - (a_{11} + a_{22})^2 > 0 \\ a_{21} < 0 \end{cases}$$

那么, 如果令函数 f 在点 $\left(-\frac{2bd - ce}{4ab - c^2}, \right.$

$\frac{cd-2ae}{4ab-c^2}$ 处的极大值小于等于零,即 $f_{\max} =$

$$f\left(-\frac{2bd-ce}{4ab-c^2}, \frac{cd-2ae}{4ab-c^2}\right) \leq 0, \text{ 可得}$$

$$-4ab^2d^2 - 4a^2be^2 + ac^2e^2 + bc^2d^2 + 4abcde - c^3de \leq 0$$

综上,若要使 $LV \leq 0$,需满足:

$$\begin{cases} 4ab - c^2 > 0 \\ a < 0 \\ -4ab^2d^2 - 4a^2be^2 + ac^2e^2 + \\ bc^2d^2 + 4abcde - c^3de \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

把 a, b, c, d, e 带入式(9),整理可得:

$$2k_4D_l(2D_l - k_1\lambda\sigma^2) > [k_2(D_l - R) + k_1D_l]^2 \quad (10)$$

$$k_3D_l(2D_l - k_1\lambda\sigma^2)[k_1^2(2D_l - k_1\lambda\sigma^2) - 2k_2^2(D_l - R)] \leq [k_2(2D_l - R) + k_1D_l]^2(R - k_1\lambda\sigma^2/2) \quad (11)$$

其中, $k_1 = 1/T_i, k_2 = 1/T_j, k_3 = T_iT_j, k_4 = 1/(T_iT_j)$. 将 $D = (\underline{D} + \bar{D})/2, \tilde{D} = (\bar{D} - \underline{D})/2, D_l = D + \Delta D$, 其中 $\Delta D \in (-\tilde{D}, \tilde{D})$, 代入式(10)和式(11),整理得

$$L_1(\bar{D}^2 + \underline{D}^2) \pm [L_2 - L_3\lambda\sigma^2 + L_1(\bar{D} + \underline{D})](\bar{D} + \underline{D}) + (L_2 - L_3\lambda\sigma^2)(\bar{D} + \underline{D}) > L_4 \quad (12)$$

$$M_1\bar{D}^3 + (M_2 + M_3\lambda\sigma^2)\underline{D}^2 + (M_4\lambda^2\sigma^4 - M_5\lambda\sigma^2 + M_6)\underline{D} \leq M_7\lambda\sigma^2 - M_8 \quad (13)$$

由定理已知条件知式(12)与式(13)成立,则 $LV \leq 0^{[15]}$ 成立,即系统是依概率稳定的.

3 仿真结果与分析

本节将以具体算例对系统进行分析,取异步风电机组相关参数如下: $T_i = 10, T_j = 2.5, D_l \in (1.35, 1.65), s_0 = 0.08$, 计算得 $R = -7.23$, 额定电压 0.69 kV , 频率 50 Hz , 定子电抗 0.125 pu , 定子电阻 0.003 pu , 转子电阻 0.004 pu , 转子电抗 0.05 pu , 激励电抗 2.5 pu .

在阻尼系数变化区间内,分别取4组不同的阻尼系数,则相应矩阵 A 的特征值的实部如表1所示.

表1 不同阻尼系数对应矩阵 A 的特征值的实部
Table 1 The real part of eigenvalues of matrix A corresponding to different damping factors

D_l	λ_1	λ_2
1.35	-0.113 0	-3.454 0
1.45	-0.119 9	-3.497 1
1.55	-0.126 6	-3.540 4
1.65	-0.133 1	-3.583 9

由表1可知,4组阻尼系数对应的系统矩阵 A 的特征值的实部均为负值,这是因为选取的阻尼系数包含了区间的端值,此时系统是小干扰稳定的;在随机高斯小扰动下,存在常量 λ 能够满足所述定理,则系统是依概率稳定的.

为了验证定理1的合理性与正确性,本文采用M算法^[16]对系统进行Matlab仿真,本文共选取4组不同参数进行仿真.在高斯小扰动下选取两组参数: $D_l = 1.45, \sigma = 0.02; D_l = 1.55, \sigma = 0.02$, 仿真结果如图1所示;在较大随机扰动下选取另外两组参数: $D_l = 1.55, \sigma = 0.5; D_l = 1.55, \sigma = 1.0$, 仿真结果如图2所示.

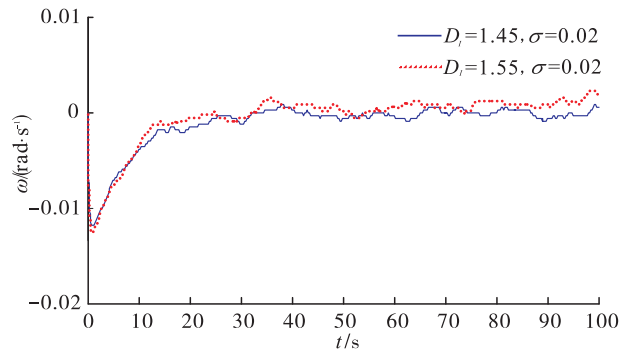


图1 高斯小扰动下系统角速度变化量

Fig. 1 Angular velocity variation of the system under small Gaussian disturbance

由图1可以看出,在 $t = 0$ 时,由于受到高斯随机小扰动的影响,系统角速度变化量会有一个较明显的波动,但此波动幅值较小,均在 0.02 rad/s 范围内,且系统角速度变化量很快开始收敛;在大约 $t = 20 \text{ s}$ 时,角速度的变化量趋于0,即能够平衡在零点处,系统稳定.

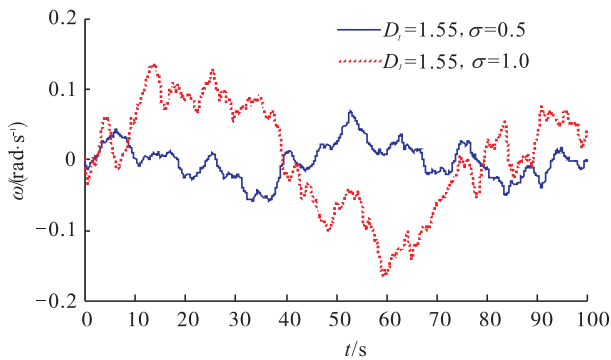


图2 较大随机扰动下系统角速度变化量
Fig.2 Angular velocity variation of the system under larger stochastic disturbance

由图2可以看出,在随机扰动增大的情况下,系统角速度出现明显的变化,角速度变化量波动幅值较大,系统处于失稳边缘;当随机扰动强度继续增大时,系统角速度变化量较初值有15%的变化量,波动更明显,无法稳定在平衡点处,系统失稳。

综上所述,阻尼系数在给定范围内,系统是小干扰稳定的。在随机小扰动下,依据所述定理,系统是依概率稳定的,图1所示系统运行点几乎可以稳定在扰动前的稳态初值,即系统稳定;而在大扰动下,图2所示系统角速度变化更明显,系统运行点不能稳定在扰动前的稳态初值,即系统失稳。

4 结语

本文基于系统不定参数建立了系统的随机模型,并对电力系统在随机扰动下的稳定性进行了分析,给出了系统依概率稳定性定理,明确了保证系统稳定时的系统参数与随机激励之间的约束关系。仿真结果验证了所得理论的合理性与正确性。本文基于不定参数与随机扰动对系统进行建模与稳定性分析,能够更准确地描述实际系统的动态过程,所得结论方法更具实际价值,有望更好地应用于系统稳定性分析与控制。由于实际运行中系统的输入端也会受到

外部不确定扰动的影响,下一步的研究将会在系统输入端加入随机扰动后再对系统稳定性进行分析。

参考文献:

- [1] 谷玉宝,宋敦文,李月乔,等. 风电并网对电力系统小干扰稳定性的影响综述[J]. 智能电网,2016,4(2):157.
- [2] 彭云建,邓飞其. 电力系统随机稳定性分析与控制问题综述[J]. 电工电能新技术,2007,26(3):52.
- [3] 颀迪,卢占会,李庚银,等. 一类含异步风电机组的电力系统小干扰区间稳定性分析[J]. 中国电机工程学报,2015,35(3):609.
- [4] 杜文娟,卜思齐,王海风. 考虑并网风电随机波动的电力系统小干扰概率稳定性分析[J]. 中国电机工程学报,2011,31(增刊):7.
- [5] 边晓燕,耿燕,李学武,等. 风电并网系统小干扰概率稳定性分析与改善[J]. 电力系统保护与控制,2015,43(20):1.
- [6] YUAN B,ZHOU M,LI G,et al. Stochastic small-signal stability of power systems with wind power generation [J]. IEEE Transactions on Power Systems,2015,30(4):1680.
- [7] LIU Y F,JU P,WU F,et al. Computation comparisons of power system dynamics under random excitation[C]// Chinese Society for Electrical Engineering. 2014 International Conference on Power System Technology: Towards Green, Efficient and Smart Power System. Piscataway:IEEE,2014:752.
- [8] 周明,元博,张小平,等. 基于SDE的含风电电力系统随机小干扰稳定性分析[J]. 中国电机工程学报,2014,34(10):1575.
- [9] CHEN L,ZHU W. First passage failure of dynamical power system under random perturbations [J]. Science China Technological Sciences, 2010,53(9):2495.
- [10] 鞠平,李洪宇,薛禹胜,等. 考虑随机的激励的

- 电力系统机电暂态过程模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2013, 41(6): 536.
- [11] ZHANG J, JU P, YU Y, et al. Responses and stability of power system under small Gauss type random excitation [J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(7): 1873.
- [12] 蒋长江, 刘俊勇, 刘友波, 等. 计及风电随机激励的电力系统暂态稳定分析[J]. 电力自动化设备, 2016, 36(3): 100.
- [13] ZHANG Z, LIU Y. Stochastic stability analysis power system under gauss small random excitation [C] // Southwest Jiaotong University. Proceedings of the 35th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE Computer Society, 2016: 1039.
- [14] KSN DAL B. Stochastic differential equations: an introduction with application [M]. Berlin: Springer, 2003.
- [15] MAO X. Stochastic differential equations and applications [M]. Bristol: Horwood Press, 2007.
- [16] ZHENG J, YANG X, LI Z. Low-complexity detection method for spatial modulation based on M-algorithm [J]. Electronics Letters, 2014, 50(21): 1552.