

文章编号:1004-1478(2011)06-0112-05

# OFDM 系统多音干扰抑制性能分析

李英

(商丘师范学院 计算机科学系, 河南 商丘 476000)

**摘要:**对随机相位多音干扰进行了建模,分析了 OFDM 系统对多音干扰的抑制性能,推导给出了在相干解调的 OFDM 系统中随机相位多音干扰的误码率与信干比的反线性下降之间的关系,并对卷积编码和分集合并带来的系统性能改善进行了分析.理论推导和仿真显示,尽管多音干扰难以消除,但通过频域分集或卷积编码的 OFDM 系统,可以有效抑制这种干扰.

**关键词:**正交频分复用;随机相位;多音干扰;频域分集;卷积编码

中图分类号:TN914

文献标志码:A

## Performance analysis of multitone jamming suppression in OFDM

LI Ying

(Dept. of Comp. Sci., Shangqiu Normal College, Shangqiu 476000, China)

**Abstract:** A random phased multitone jamming model was presented and the performance of multitone jamming suppression in OFDM was analyzed. In the OFDM system of the coherent demodulation, BER and signal to interference ratio followed the reverse linear decline of relationship in multitone interference with random phase. And the performance of convolutional encoding and diversity combining was analyzed. Both theoretical expressions and simulations showed that though multitone jamming is harmful to OFDM, diversity and convolutional encoding can suppress the jamming effectively.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); rand phase; multitone jamming; diversity; convolutional encoding

## 0 引言

近年来,正交频分复用 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 技术因其较强的抗多径能力满足了人们在衰落信道中高速传输数据的要求,获得了广泛的关注和研究,并已在无线局域网 (WLAN) 和数字视频广播电视 (DVB) 中得到了成功运用.随着对 OFDM 研究的深入,人们发现在多音干扰的环境中,数据传输的误码率较高,严重影响了数据传输的性能.因此,在严重人为干扰或电子对抗环境下,如何抑制干扰、提高系统性能,已成

为人们关注的问题.目前,相关的研究主要集中在非相干解调的跳频系统中对多音干扰的抑制,而对相干解调的多音干扰抑制的研究较少.本文拟通过对 OFDM 系统多音干扰抑制的性能分析,给出随机相位多音干扰的理论误码率公式,对卷积编码和频率分集的性能改善进行分析,并用计算机仿真对理论推导进行验证.

## 1 随机相位多音干扰模型及性能分析

多音干扰是一种对通信系统影响极为突出的故意性干扰,它可对系统产生较强的不良影响,使

收稿日期:2010-12-07

作者简介:李英(1981—),女,河南省商丘市人,商丘师范学院实验师,主要研究方向为计算机网络.

系统的传输效率下降. 本文在相干解调的 OFDM 系统中分析随机相位多音干扰对系统性能的影响. 假设系统的带宽为  $W_s$ , 由  $N$  个相互正交的子载波构成, 系统采用 BPSK 的调制方式, 发端串并变换前数据符号的持续时间为  $T_b$ , 经过串并变换后持续时间为  $T$ , 系统的模拟框图如图 1 所示.

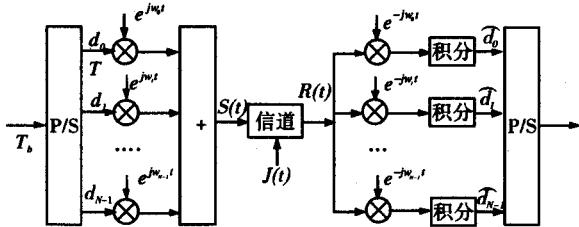


图 1 OFDM 系统的简化模拟框图

设信号总功率为  $S$ , 干扰总功率为  $J$ , 多音干扰的个数为  $Q$ , 每个干扰音的功率相等, 频率与子载波频率对齐, 但存在一个随机相位差, 在  $[0, 2\pi]$  内服从均匀分布. 假定用矩形脉冲成型, 并且在每个可能的子载波频率上, 干扰机至多施放 1 个干扰. 根据以上假设, 系统参数的相互关系如下:

干扰音个数与子载波个数之比  $\rho = \frac{Q}{N}, 0 \leq \rho \leq 1$ ;

$$\text{系统带宽 } W_s = \frac{N+1}{2} \cdot \frac{1}{T} \approx \frac{N}{2T};$$

$$\text{比特信息能量 } E_b = ST_b = S \frac{T}{N};$$

$$\text{等效干扰功率谱密度 } N_j = \frac{J}{W_s} \approx \frac{2\rho JT}{Q}.$$

其中的  $N_j$  表示, 如果将总的干扰功率  $J$  在整个系统带宽  $W_s$  内均匀施放而得到的等效噪声功率谱密度, 可以利用  $N_j$  和  $\rho$  相对于整个通信系统而言的系统参数来评价随机相位多音干扰的干扰效果. 有意干扰的功率往往比背景噪声的功率大出很多倍, 为了更好地考虑干扰对系统的性能影响, 在后续分析中将不考虑背景噪声对系统性能的影响.

如果忽略噪声的影响, 第  $j$  个子载波信息符号上受到多音干扰, 则经过相干解调后积分器在最佳抽样时刻的输出为

$$r_j = d_j \sqrt{\frac{S}{N}} T + \sqrt{\frac{J}{Q}} T \cos \theta_j \quad (1)$$

其中, 二进制的随机数据  $d_j = \pm 1$ ;  $\theta_j$  是第  $j$  个子载波上的单音干扰频率与信号频率之间的相位差. 当  $d_j = 1$  时,  $r_j$  的错误概率为

$$P_e = \Pr \left\{ \sqrt{\frac{S}{N}} T + \sqrt{\frac{J}{Q}} T \cos \theta_j < 0 \mid d_j = 1 \right\} =$$

$$\Pr \left\{ \cos \theta_j < -\sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \mid d_j = 1 \right\} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \right)$$

同理可以求得当  $d_j = -1$  时  $r_j$  的错误概率, 其表达式与上式相同. 因此, 当  $d_j = \pm 1$ , 即等概率出现时, 在第  $j$  个子载波上因干扰引起的平均错误概率为

$$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \right)$$

从而系统的平均误码率为

$$P_b = \begin{cases} \frac{\rho}{\pi} \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \right) & \rho \leq \frac{2N_j}{E_b} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (2)$$

式②对  $\rho$  求导可以得到最佳干扰参数

$$\frac{d}{d\rho} \left[ \frac{\rho}{\pi} \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \right) \right] = 0$$

即

$$\cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\rho E_b / N_j}{1 - 2\rho E_b / N_j}}$$

利用数值方法解得最佳干扰因子为

$$\rho^* = \frac{0.3153}{E_b / N_j}$$

以及  $\rho^*$  对应的最大误码率

$$P_b^* = \frac{0.0655}{E_b / N_j} \quad (3)$$

## 2 频域分集后的性能改善

为了提高系统性能, 可以将 1 个数据符号在多个子载波上传输, 在接收端利用这些重复的信息进行判决, 通过传输数据的适当冗余来减少传输误差, 从而抑制多音干扰对数据通信的影响.

设分集数目为  $M$ . 当系统采用硬判决合并时根据大数判决律可以得到系统的误码性能为

$$P_b = \sum_{j=\lceil \frac{M}{2} \rceil}^M \binom{M}{j} \bar{P}_e^j (1 - \bar{P}_e)^{M-j}$$

当系统采用软判决合并时, 送入到判决器的输入为

$$r_j = d_j M \sqrt{\frac{S}{N}} T + \sqrt{\frac{J}{Q}} T \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad 0 \leq n \leq M \quad (4)$$

其中,  $n$  是该数据符号在  $M$  个子载波上传输时受到的多音干扰的干扰音个数.

设  $\phi_i$  是相互独立同分布的随机变量, 服从在  $[0, 2\pi]$  上的均匀分布. 形如  $Ae^{j\phi} = \sum_{i=1}^n e^{j\phi_i}$  的多个正弦信号的和的包络  $A$  的概率密度函数为

$$f_A^{(n)}(a) = 2\beta a e^{-\beta a^2} \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} C_m L_m(\beta a^2)\right)$$

$$0 < \beta < \infty$$

其中,  $L_m(m)$  是拉格朗日多项式;  $C_m$  是多项式的系数;  $m$  是拉格朗日多项式展开的阶数, 在实际运算过程中,  $m$  不可能取无穷大, 因此往往根据正弦信号的个数  $n$  选择一个最大阶数  $M_m$ , 而参数  $\beta$  用于修正这种截短带来的误差。

在多个随机相位正弦信号和的包络的平方的分布中, 当  $n \geq 4$  时包络的平方分布近似于负指数分布, 此时拉格朗日多项式对概率密度的修正量很小, 可以忽略。因此, 基于这一结论, 可以近似认为多个正弦信号的和的包络  $A$  的概率分布为

$$f_{A2}^{(n)}(a) = \frac{2a}{n} e^{-\frac{a^2}{n}} \quad a \geq 0 \quad (5)$$

图2给出了多个正弦信号的和的包络的确切分布和近似分布, 从图中可以看出,  $f_{A2}^{(n)}(a)$  对  $f_A^{(n)}(a)$  的近似程度比较高, 并且随着  $n$  的增大, 近似度也越来越高。

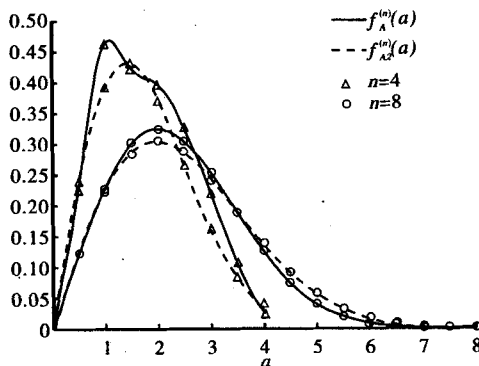


图2 多个正弦信号和的包络的概率密度函数

根据  $\sum_{k=1}^n \cos\theta_k = A \cos\phi$ , 而  $A$  是服从式(5)分布的随机变量, 所以式(4)可以改写成

$$r_j = d_j M \sqrt{\frac{S}{N}} T + \sqrt{\frac{J}{Q}} T \cdot A \cos\phi \quad (6)$$

从而

$$P_e = \Pr\left\{\cos\phi > \frac{M}{A} \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \mid d_j = -1\right\}$$

当干扰机进行最佳多音干扰时, 将  $\rho = \rho^*$  代入上式, 则

$$P_e = \Pr\left\{\cos\theta > 0.7941 \times \frac{M}{A} \mid d_j = -1\right\}$$

分析  $M = 4$  的特例, 有

$$\Pr\left\{\cos\theta > \frac{3.1764}{A} \mid d_j = -1\right\}$$

因为  $\left|\frac{3.1764}{A}\right| \leq 1$ , 所以要求  $|A| \geq 3.1764$ ,

就意味着必须使某个数据符号的每一个分集都受到干扰, 才有可能在软判决合并时出现错误判决, 即  $n = 4$ 。又由于当  $n \geq 4$  时干扰和的包络的概率密度函数可以用式(5)进行近似, 因此

$$P_e = \Pr\left\{A \cos\phi > M \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \mid d_j = -1\right\} <$$

$$\Pr\left\{A > M \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \mid d_j = -1\right\} =$$

$$\int_M^{+\infty} \sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}} \frac{2a}{n} e^{-\left(\frac{a^2}{n}\right)} da = e^{-\frac{2M^2 \rho E_b}{N_j}}$$

所以, 当  $d_j = \pm 1$  等概取值时可以得到最终软判决合并时的系统平均误码率为

$$P_b \leq \sum_{n=\lceil 0.794 \cdot 1 \cdot M \rceil}^M \binom{M}{n} \rho^n e^{-\frac{2M^2 \rho E_b}{N_j}} \quad (7)$$

### 3 卷积编码后的性能改善

经过频率分集处理后, 传输的数据为了达到一定的纠错能力和编码效率, 在编译码时必须把纠错的整个信息码存储起来, 由此产生了传输延时, 延时随着容错信息码长度的增加呈线性增加。

为了抑制多音干扰, 同时也减少传输延迟, 人们提出了特别适于以串行形式传输信息的卷积编码方式。与分组码不同, 卷积码中编码后的纠错码元不仅与当前段的数据信息有关, 而且也与前面其他段的信息有关。在编码器复杂程度相同的情况下, 卷积码的性能优于分组码。

卷积编码、维特比判决译码时的系统理论误码率上限为

$$P_b < \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \beta_d P_2(d) \quad (8)$$

其中,  $d_{free}$  是卷积编码的自由距离;  $\beta_d$  是卷积编码网格图中与全零路径首次汇合且距离为  $d$  的所有路径的差错信息比特数;  $P_2(d)$  是成对错误概率, 它表示在网格图的某结点上与全零路径汇合的不正确路径与全零路径有  $d$  比特差错的错误概率, 其表达式为

$$P_2(d) = P\left\{\sum_{i=1}^d r_i \geq 0\right\} \quad (9)$$

其中,  $r_i$  表示与全零序列相比有  $d$  比特不同的译码器输入序列, 在本文的多音干扰模型中, 它可以表示成式(1), 因此, 式(9)中的  $\sum_{i=1}^d r_i$  可以用式(6)替代,

从而根据式 ⑦ 有

$$P_2(d) \leq \sum_{n=\lceil 0.794 \cdot d \rceil}^d \binom{d}{n} \rho^n e^{-2 \frac{d^2 \rho^2 b}{n N_j}} \quad (10)$$

将式 ⑩ 代入式 ⑧ 即可得到卷积编码后 OFDM 系统在随机相位多音干扰环境下的理论误码率上界。

### 4 数值分析

本文的数值仿真平台基于 Matlab 7.0, 仿真中用到的子载波个数为 1 024, 信息比特能量  $E_b$  固定为 1, 通过改变干扰功率  $J$  来改变信干比  $E_b/N_j$ 。文中所有给出的公式推导结论都经过计算机仿真验证, 理论推导与仿真结果吻合。其中, 软判决合并和卷积编码后的系统误码率非常小, 为了分析比较起来更方便, 数值分析中只给出了理论性能上界。

图 3 给出了随机相位多音干扰的仿真性能, 从式 ③ 和图 3 可以看出, 当多音干扰的个数与子载波个数之比为  $\rho^*$  时, 系统的误码性能急剧下降,  $P_b$  与  $E_b/N_j$  呈反线性关系。在固定干扰因子  $\rho$  的情况下, 误码率随着信干比的增大变化并不明显, 而一旦信干比超过某个数值, 系统将不会产生误码, 即误码率为 0。因此, 从干扰的角度来看, 干扰机可以选取一个合适的  $\rho$  使得通信系统无论怎样增大信号功率, 系统误码率都将维持在某个近似恒定的水平从而使正常通信无法进行。

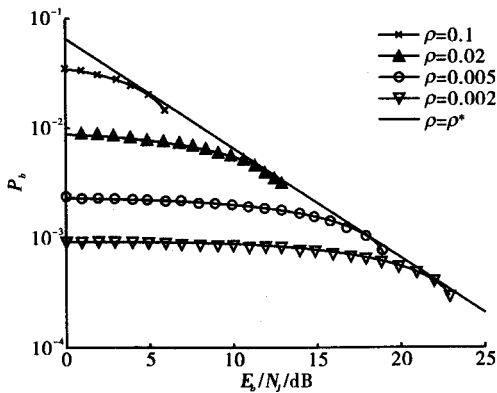


图 3 随机相位多音干扰性能

图 4 给出了频域分集硬判决合并的随机相位多音干扰在最佳干扰因子  $\rho^*$  下的性能。从图 4 可以看出, 硬判决合并对系统性能的改善比较明显, 但无法改变系统误码性能与信干比呈反线性的关系。

图 5 给出了按式 ⑦ 计算出的软判决合并的误码率上界, 并与硬判决合并以及未分集的性能进行了比较。从图 5 可以看出, 软判决合并的性能上界虽然仍然不能改变系统误码性能与信干比呈反线性

的关系, 但相对于硬判决合并而言有了极大的改善。同时还需指出, 软判决合并的理论误码率仅仅是一个上界, 推导过程中的取值既近似又松散, 没有考虑余弦信号的非线性, 因此可以推断, 更紧的上界应该可以改变误码率与信干比仅呈线性下降的趋势。同时通过其他参数的性能仿真发现, 分集数  $M$  越大, 软判决合并的性能优势也越明显。

图 6 给出了卷积编码的性能上界, 并与软判决合并的性能进行了对比。从图 6 可以看出, 约束长度为 3、码生成多项式为 [5 7 7]、码率为 1/3 的卷积编

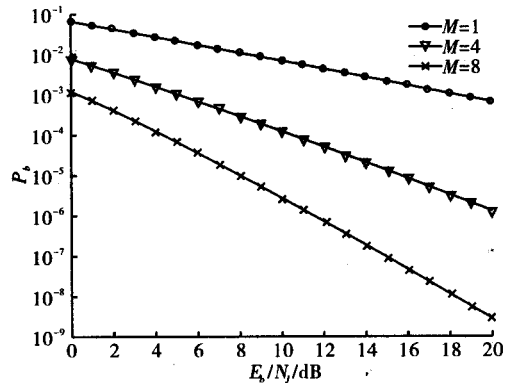


图 4 频域分集硬判决合并性能

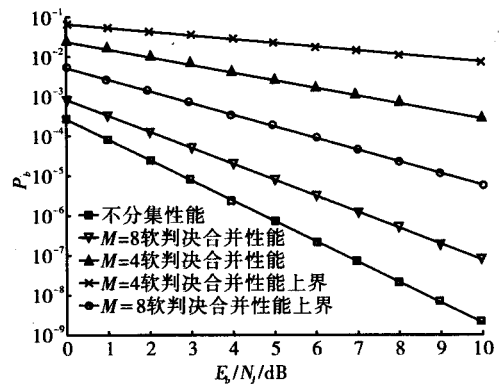


图 5 频域分集软判决合并性能

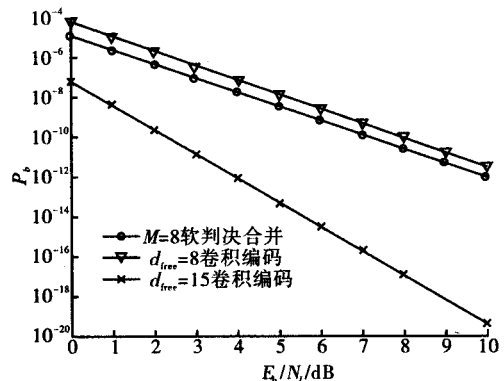


图 6 卷积编码的理论误码上界

码性能略差于分集数  $M = 8$  的软判决合并性能,但相同码率下的约束长度为 7 的卷积编码性能远远好于  $M = 8$  的软判决合并性能. 图中误码率达到了  $10^{-20}$  的量级,虽然只是理论上的值,但它说明了卷积编码对抗随机相位多音干扰是非常有效的.

## 5 结论

多音干扰在常规情况下是一种难以解决的干扰样式,当选择了合适的干扰因子后,即使增加信号的发射功率,仍然不能改善系统的误码性能. 本文分析了 OFDM 系统随机相位多音干扰的抑制性能,通过理论分析和仿真发现,由于 OFDM 的特殊频分结构,传输数据在经过频域分集和卷积编码处理之后可以大大减少数据传输的误码率,提高数据传输效率,从而可以对多音干扰进行有效的抑制.

## 参考文献:

- [1] 单超,王娜,王萍,等. OFDM 系统的抗干扰性能研究[J]. 系统仿真学报,2006(6):1618.
- [2] John G Proakis. Digital Communications[M]. Fourth Edition. 北京:电子工业出版社,2003.
- [3] Ali Abdi. On the PDF of the sum of random vectors[J]. IEEE Trans on Com,2000,48(1):7.
- [4] Ochiai H, Imai H. On the distribution of the peak to average power ratio in OFDM signals[J]. IEEE Trans on Com,2001,49(2):282.
- [5] 佟学俭,罗涛. OFDM 移动通信技术原理与应用[M]. 北京:人民邮电出版社,2003.
- [6] 徐明远,邵玉斌. Matlab 仿真在通信与电子工程中的应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2005.
- [7] 刘颖,何忠秋. OFDM 系统的仿真与性能分析[J]. 应用科技,2008,35(1):48.