

长直螺线管的电磁场分析与仿真

陈红, 侯国栋

(安徽国防科技职业学院 机电工程系, 安徽 六安 237011)

摘要:根据电磁感应定律和螺线管电流磁场的特点,建立长直螺线管内部和表面的磁场的有限元模型.依据比奥-萨法尔定律和安培环路定理,对长直螺线管磁场进行理论分析和数学推导,得到其磁场分布的特点及其解析解.利用 Ansoft Maxwell 3D 工程电磁场有限元软件对其进行仿真,验证了结果的一致性及利用 ANSYS 软件进行电磁场分析的直观性和便利性.

关键词:长直螺线管;有限元模型;磁场分布;Ansoft Maxwell 3D;仿真

中图分类号:TM15 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2013.01.024

Analysis and simulation of magnetic field of a long straight solenoid

CHEN Hong, HOU Guo-dong

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Anhui Vocational College of Defense Technology, Liuan 237011, China)

Abstract: According to the law of electromagnetic induction and the characteristics of current magnetic field of solenoid, a finite element model of the magnetic field on the surface or the interior of long straight solenoid was established. By means of theoretical deduction and numerical analysis based on the law of biot savart and Ampere circuital theorem of magnetic field in a straight solenoid, the characteristics of distribution of magnetic field and its analytical solution were obtained. The simulation was carried out on using of Ansoft Maxwell 3D engineering electromagnetic field finite element software, the consistency of the result and the intuitive and convenient of using ANSYS software for electromagnetic field analysis were verified.

Key words: long straight solenoid; model of finite element; distribution of magnetic field; Ansoft Maxwell 3D; simulation

0 引言

自 Silverster 和 Chad 首次使用有限元法求解电磁场问题以来,有限元法已成为研究磁场问题的主要手段^[1].在 1950 年代以前,人们对场的研究只能以麦克斯韦方程为依托,通过一些简化措

施得出近似的解析解,或者用模拟试验的方法来求得满足工程要求的近似结果^[2].随着电子电气产品结构的复杂化和对产品性能要求的不断提高,采用传统的方法已难以满足实际需要.因此,本文拟采用有限元数值分析方法,应用 ANSYS Maxwell 有限元分析软件,依据比奥-萨沙尔定律

收稿日期:2012-03-10

基金项目:电气自动化省级特色专业项目(20110908221);工厂供电精品资源共享课程项目

作者简介:陈红(1969—),男,安徽省六安市人,安徽国防科技职业学院副教授,主要研究方向为电气工程与电子技术应用.

和安培环路定理,对长直螺线管的电磁场进行分析和仿真,以证明该方法的先进性和实用性,以期分析、设计和研究电磁设备提供一定的参考。

1 一匝圆电流在空间任意一点的磁场

1.1 建模与分析

密绕的有限长圆柱形螺线管,当绕线制的导线很细时,电流在其内部及表面空间所产生的磁场,可以近似地看成是由许多圆形电流叠加而成的^[3]。为求解有限长的螺线管在空间任意一点的磁场分布,可以先建立圆形电流在该点所产生的磁场的数学模型,即有限元模型,再利用迭加原理和数学运算,得到长直螺线管的磁场的数学表达式。下面推导一匝圆电流在空间任意一点磁场的具体表达式。

为了计算单匝圆电流产生的磁场,首先建立图1所示的坐标系。为不失一般性,让X轴通过被测场的任意一点,Z轴位于圆形电流的中心,且垂直于圆电流所确定的平面。

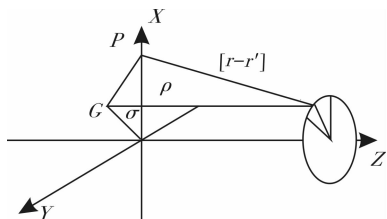


图1 一匝圆电流电磁场

利用幂级数展开式求积分的方法,计算一匝圆电流在空间任一点的磁场矢势,可得出较精确的近似表达式。根据矢势公式^[4]有

$$\vec{A} = \oint \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$A_z = 0 \quad (1)$$

$$A_p = -\frac{\mu I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R \sin \varphi' d\varphi'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = 0 \quad (2)$$

$$A_\varphi = \frac{\mu I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R \cos \varphi' d\varphi'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (3)$$

其中, $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \varphi' + Z^2}$ 。

公式③积分可以严格地用全椭圆积分K和E来表示,但不便于用来表示和计算有限长的螺线管的磁场分布,因此将 $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ 用幂级数展开式

讨论:

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{(R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \varphi' + Z^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(R^2 + \rho^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{\left[1 - \frac{R\rho \cos \varphi'}{R^2 + \rho^2 + Z^2} + \frac{3R^2 \rho^2 \cos^2 \varphi'}{2(R^2 + \rho^2 + Z^2)^2} \cdots\right]}$$

则

$$A_\varphi = \frac{\mu I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R \cos \varphi' d\varphi'}{(R^2 + \rho^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{\left[1 - \frac{R\rho \cos \varphi'}{R^2 + \rho^2 + Z^2} + \frac{3R^2 \rho^2 \cos^2 \varphi'}{2(R^2 + \rho^2 + Z^2)^2} \cdots\right]}$$

根据积分公式

$$\int \cos^n u du = \frac{\cos^{n-1} u \sin u}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} u du$$

可知,省略幂级数展开式中三次项以后各高次项,可以得到

$$A_\varphi = \frac{\mu I R^2 \rho}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

再根据 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ ^[4],可得到在柱坐标系中的表达式

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \vec{\rho}_0 + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \vec{\varphi}_0 + \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right] \vec{Z}_0$$

以及①②④式可得

$$B_\rho = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = -\left[-\frac{3}{2} \cdot 2(-z) \mu I R^2 \rho \right] = \frac{3\mu I R^2 \rho Z}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$B_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\mu I R^2 \rho^2}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \right] = \frac{\mu I R^2 (2R^2 + 2Z^2 - \rho^2)}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{5}{2}}}$$

所以,一匝圆电流在空间任一点的磁场为

$$\vec{B} = -\frac{3\mu I R^2 \rho Z}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{5}{2}}} \vec{\rho}_0 + \frac{\mu I R^2 (2R^2 + 2Z^2 - \rho^2)}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{\frac{5}{2}}} \vec{Z}_0 \quad (5)$$

1.2 有限长载流直螺线管的磁场分布

N匝螺线管示意图如图2所示。X轴通过所求场点P,此有限长螺线管左端在 $-Z_1$ 处,右端在 Z_2

处,其单位长度上有 N 匝线圈,通有稳恒电流 I . 在 Z 处取宽为 dZ 的圆形电流元,其电流强度为 $di = In dZ$,它在 P 点的磁场可以由⑤得到,于是得到有限长螺线管在空间任意一点的表达式为

$$\begin{aligned} B_{\rho} &= \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{3\mu IR^2 \rho In dZ}{4(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{3/2}} = \\ &\frac{\mu IR^2 \rho In}{4} \left[\frac{1}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} - \frac{1}{(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \\ B_Z &= \int_{-Z_1}^{Z_2} \frac{\mu IR^2 n}{4} \left[\frac{2}{(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{3/2}} - \right. \\ &\quad \left. \frac{3\rho^2}{(R^2 + Z^2 + \rho^2)^{5/2}} \right] dZ = \\ &\frac{\mu IR^2 n}{4(R^2 + \rho^2)} \left[\frac{2R^2 Z_2}{(R^2 + \rho^2)(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{1/2}} + \right. \\ &\quad \frac{2R^2 Z_1}{(R^2 + \rho^2)(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{1/2}} - \frac{\rho^2 Z_2}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} - \\ &\quad \left. \frac{\rho^2 Z_1}{(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \quad (6) \end{aligned}$$

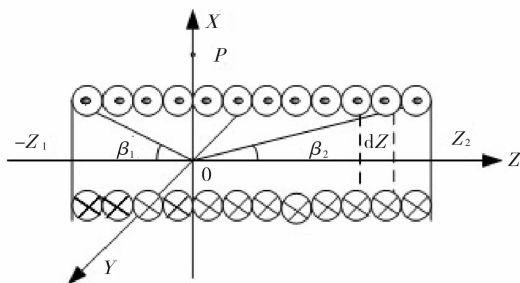


图2 N 匝螺线管示意图

进而得到有限长螺线管在空间任一点的磁场表达式

$$\begin{aligned} \vec{B} &= B_{\rho} \vec{\rho}_0 + B_Z \vec{Z}_0 = \\ &\frac{\mu IR^2 \rho In}{4} \left[\frac{1}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} - \frac{1}{(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \vec{\rho}_0 + \\ &\frac{\mu IR^2 n}{4(R^2 + \rho^2)} \left[\frac{2R^2 Z_2}{(R^2 + \rho^2)(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{1/2}} + \right. \\ &\quad \frac{2R^2 Z_1}{(R^2 + \rho^2)(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{1/2}} - \\ &\quad \left. \frac{\rho^2 Z_2}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} - \frac{\rho^2 Z_1}{(R^2 + Z_1^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \vec{Z}_0 \quad (7) \end{aligned}$$

当 $\rho < R$ 时,⑦式表示管内任一点的磁场. 若令 $\rho = 0$,则有限长载流直螺线管轴线上任一点的磁场表达式为

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu n I}{2} \left[\frac{Z_2}{\sqrt{R^2 + Z_2^2}} + \frac{Z_1}{\sqrt{R^2 + Z_1^2}} \right] \vec{Z}_0 = \\ &\frac{\mu n I}{2} (\cos \beta_2 + \cos \beta_1) \vec{Z}_0 \end{aligned}$$

当 $\rho > R$ 时,⑦式表示管外任一点的磁场,有限长螺线管一端的磁场分布,可令 $Z_1 = 0$ 而得到

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu IR^2 \rho In}{4} \left[\frac{1}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} - \frac{1}{(R^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \vec{\rho}_0 + \\ &\frac{\mu IR^2 n}{4(R^2 + \rho^2)} \left[\frac{2R^2 Z_2}{(R^2 + \rho^2)(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{1/2}} - \right. \\ &\quad \left. \frac{\rho^2 Z_2}{(R^2 + Z_2^2 + \rho^2)^{3/2}} \right] \vec{Z}_0 \end{aligned}$$

1.3 长直螺线管的磁场分布

如果仅考虑螺线管内及附近一点的磁场,那么由⑦式取极限得到一个长直螺线管磁场分布的表达式,因为此时有条件: Z_1, Z_2 远远大于 R, ρ , 所以⑦可以简化为

$$\vec{B} = \frac{\mu n I R^4}{(R^2 + \rho^2)^2} \vec{Z}_0 \quad (8)$$

当 $\rho < R$ 时,⑧式表示长直螺线管内部任一点的磁场. 令 $\rho = 0$,则长直螺线管轴线上任一点的磁场为

$$\vec{B} = \mu n I \vec{Z}_0 \vec{B} = \mu n I \vec{Z}_0$$

当 $\rho > R$ 时,⑧式表示长直螺线管外部任一点的磁场,取极限得到

$$\vec{B} = \frac{\mu n I R^4}{2(R^2 + \rho^2)^2} \vec{Z}_0$$

若令 $\rho = 0$,则它一端轴线上某点的磁场公式为

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \mu n I \vec{Z}_0$$

1.4 有限长螺线管磁场的边缘效应

实际上,有限长通电螺线管内外磁场分布是不均匀的,在螺线管两端口附近,磁场分布变化很大,形成2个非均匀分布区. 设单层绕组通电螺线管产生的磁场关于 Z 轴成对称分布. 在螺线管内部靠近轴上中点 O 的区域,磁场近似是均匀的,自 O 点沿 Z 轴正向或负向磁场是逐渐变化的^[5].

笔者用柱坐标系来研究载有电流 I' 、半径为 r 的小导电圆环在磁场中的受力情况. 将圆环置于关于 Z 轴对称的位置,并处于载流螺线管右端,距中点 O 为 Z 的非均匀磁场中. 在环上 A 点附近长为 $d\vec{l}$ 的电流元所受的磁场力为

$$d\vec{F} = I'\vec{dl} \times \vec{B}(r,Z)$$

上式通过积分可以得到

$$\vec{F} = -I'B_r(r,Z)\vec{Z}_0\int_l dl = -2\pi rI'B_r(r,Z)Z_0$$

⑦式中负号表示环处于该位置时所受到的磁力指向Z轴的负方向,即指向磁场较强处,大小与环中的电流成正比,与环所在处的磁感应强度的径向分量成正比。

2 数值仿真计算及误差分析

仿真采用 Ansoft Maxwell 3D 有限元分析软件,可分析交流、直流磁场,静电场,瞬态电磁场,温度场等^[6],功能强大,结果精确,易于使用,可以用来分析电机、变压器、永磁设备和激励器等电磁装置的静态、稳态、瞬态、正常工况的特性,具有领先的自适应网格划分技术和用户自定义材料等特点。

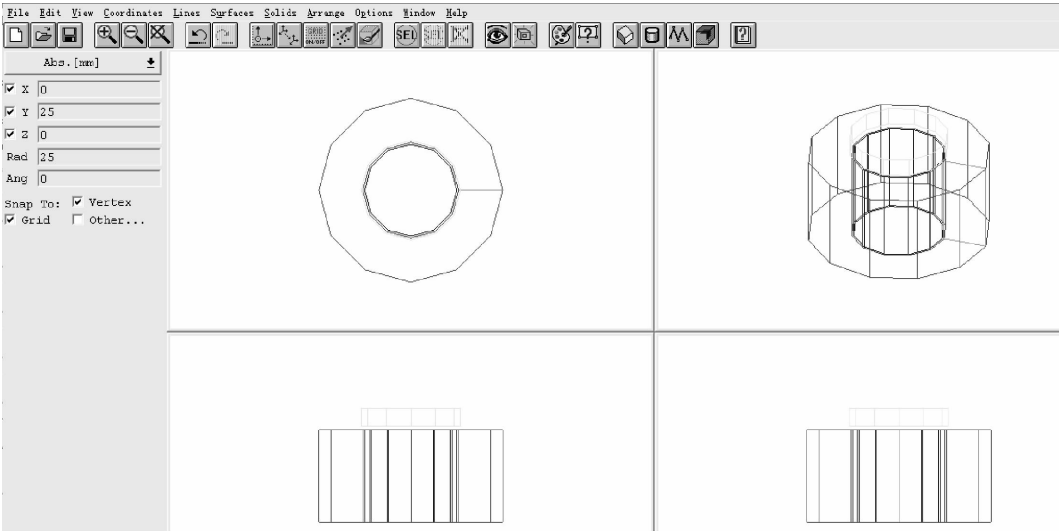


图3 螺线管几何模型

2.1 长直螺线管的数值计算^[7]

- 1)生成螺线管的几何模型(见图3). 用一个空心圆柱体来模拟,表示绕着中央铁心的多匝绞线.
- 2)指定材料属性,选择的铁心是 steel_1008. 选择自然边界条件和施加的源是 source = 8 000 mA.
- 3)设定执行参数,指定求解规范,选择自适应网格划分. 计算结果如图4所示.

长直螺线管的空间电磁场密度B分布及磁场强度H分布如图5,图6所示.

2.2 误差分析

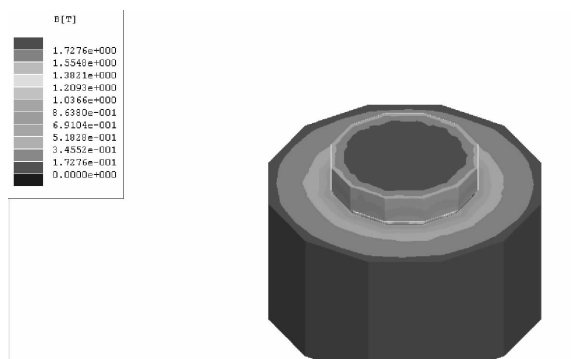
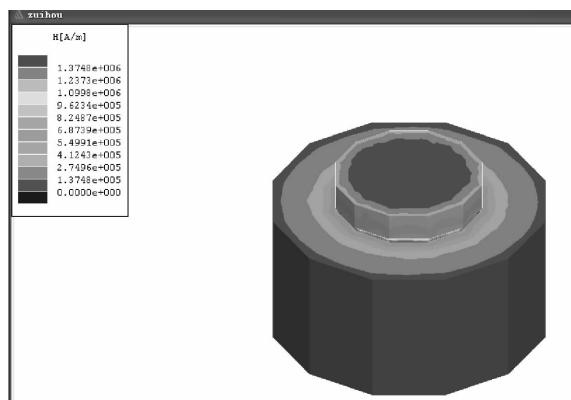
选定圆柱体表面原点O,在解析计算中把相关的参数带入⑥式,得到

$$B = \frac{5 \times 2 \ 105 \times 10^{-5}}{2 \times 1 \ 100 \times 1 \ 237 \times 10^{-3}} = 1. \ 295 \times 10^{-5} \text{wb/m}^2$$

由此可以看出O点处于1.7~2.3×10⁻⁵ wb/m²

CONVERGENCE DATA					Magnetostatic		
Number of passes:		Pass	Type Tetrahedra	Tot Energy(J)	Energy Error(%)	Vir Force(N)	
Completed	10	1	A	1057	1.9247	26.0169	60.062
Remaining	0	2	A	1382	1.8334	14.2231	57.171
		3	A	1805	1.7646	9.6698	54.658
		4	A	2345	1.7189	8.2118	53.396
Convergence criteria:		5	A	3053	1.6874	5.9808	56.8
Target Error: 1%		6	A	3986	1.6692	4.3442	57.249
Energy Error: 1.34%		7	A	5209	1.6612	3.1034	58.184
Delta Energy: 0.132%		8	A	6781	1.6554	2.3216	58.838
		9	A	8785	1.6507	1.7006	59.183
		10	A	11388	1.6485	1.3367	59.036

图4 收敛数据

图5 空间电磁场密度 B 分布图6 空间磁场强度 H 分布

中,产生误差的原因是:

- 1) 由于采用自适应网格划分,没有划分更细的网格,在1%左右的计算不收敛;
- 2) 忽略螺线管匝间的空隙,把螺线管当成一个圆柱体来计算.

3 结语

本文根据电磁感应定律和螺线管电流磁场的

特点,建立长直螺线管内部和表面的磁场的有限元模型.依据比奥-萨法尔定律和安培环路定理,对长直螺线管磁场进行理论分析和数学推导,得到其磁场分布的特点及其解析解.仿真结果表明,利用解析法和 Ansoft Maxwell 3D 有限元分析软件的数值分析方法得到结果是一致的.但 Ansoft Maxwell 3D 有限元分析方法具有直观性和便利性,给工程实践应用带来了极大的方便.目前,电磁场分析方法还存在一些新的问题,如多物理场的耦合问题、逆问题等,这就需要有新的方法不断的提出.使得并行计算方法、新材料等领域的研究成为研究的热点,有待进一步研究与探索.

参考文献:

- [1] 王里达,黄亚宇,郭森,等.电磁激振器电磁场的有限元仿真分析[J].湖南科技大学学报:自然科学版,2010(6):24.
- [2] 闫照文,李朗如,袁斌,等.电磁场数值分析的新进展[J].微电机,2010(4):32.
- [3] 徐劳立.计算圆电流磁场的一个方法[J].大学物理,2012(2):19.
- [4] 马海武,王丽黎,赵仙红.电磁场理论[M].北京:北京邮电大学出版社,2005:63-64.
- [5] 余仕成,周金华.载流长直螺线管和螺绕环的磁场对称性分析[J].武汉工程大学学报,2010(5):107.
- [6] 陈忠.基于 Maxwell 的无刷直流电动机有限元分析[J].广东电力,2011(7):9.
- [7] 陈精一,蔡国忠.电脑辅助工程分析:ANSYS 使用指南[M].北京:中国铁道出版社,2001:7-11.