

# 一类离散复杂网络混沌系统的 输出耦合滑模同步控制

毛北行, 孟晓玲, 张理涛

(郑州航空工业管理学院 数理系, 河南 郑州 450015)

**摘要:**研究了一类离散的复杂网络的输出耦合滑模混沌同步控制问题,基于 Lyapunov 稳定性理论,得到了选取适当的控制律离散复杂网络是混沌同步的这一结论,数值仿真算例说明了该方法的有效性.

**关键词:**混沌系统;离散复杂网络;输出耦合滑模混沌同步控制

**中图分类号:** O545 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.2095-476X.2013.02.024

## Output-coupling sliding mode synchronization control of a class of discrete complex networks chaos system

MAO Bei-xing, MENG Xiao-ling, ZHANG Li-tao

(Department of Mathematics and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450015, China)

**Abstract:** Output-coupling sliding mode chaos synchronization control of a class of discrete complex networks was studied. The effectiveness of the method was analyzed based on Lyapunov stability theory. The conclusion was arrived that complex networks systems is chaos synchronization choosing appropriate control laws. The example proved the effective of this approach.

**Key words:** chaos system; discrete complex networks; output-coupling sliding mode chaos synchronization control

## 0 引言

现实世界中的许多系统都可以用复杂网络来描述,随着网络理论和计算机技术的飞速发展,复杂网络成为近年来网络界新的研究方向并受到越来越多的关注.经典的复杂网络模型有规则网络模型、ER 随机图网络模型、WS 小世界网络模型、BA 无尺度网络模型等.自然界和人类社会存在大量的

复杂网络,复杂网络的混沌同步是网络动力学研究的热点问题.此外,复杂网络的同步控制在信息通信、物理学、生命科学等许多领域有着广泛的应用潜力,为此,学者们针对不同的网络控制系统设计了许多行之有效的同步方法,实现了复杂动力学网络的混沌同步<sup>[1-7]</sup>.文献[8]研究了激光时空混沌模型的加权网络投影同步问题,文献[9]研究了一类输出耦合时延复杂动态网络故障诊断问题,文献

**收稿日期:** 2012-12-23

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51072184);国家自然科学基金数学天元基金项目(11226337);河南省基础与前沿技术研究计划项目(122300410390);郑州航空工业管理学院青年基金项目(2012113004)

**作者简介:** 毛北行(1976—),男,河南省洛阳市人,郑州航空工业管理学院副教授,硕士,主要研究方向为切换系统与混沌同步.

[10]基于滑模控制方法实现了规则网络的混沌同步.但上述复杂网络系统都是连续系统,文献[11]研究了离散时间系统的变结构控制问题,而关于离散的复杂网络系统同步控制方面的研究成果还不多见.本文拟利用 Lyapunov 稳定性理论研究一类离散复杂网络系统的输出耦合滑模控制混沌同步问题,以期说明选取适当的控制律后,多个混沌系统构成的离散复杂动力学网络是混沌同步的,并用数值仿真算例说明该方法的有效性.

### 1 主要结果

考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \Delta x_i(k) &= f(x_i(k)) + \sum_{j=1}^N c_{ij}(k) L y_j(k) \\ y_i(k) &= H x_i(k) \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $i = 1, \dots, n; (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$  为系统的状态变量;  $\Delta$  表示差分;  $L = (l_1, l_2, \dots, l_n)$  是网络内部耦合增益矩阵; 节点输出耦合向量  $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ ,  $(c_{ij})_{n \times N}$  用来表征网络耦合强度和拓扑结构.

本文在模型 (1) 的基础上考虑节点动力学含有未知参数的情况,对节点个数为  $N$  的复杂网络动态模型设计如下形式的响应网络:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{x}_i(k) &= f(\hat{x}_i(k)) + \\ &\sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij}(k) L \hat{y}_j(k) + u_i(k) \\ \hat{y}_i(k) &= H \hat{x}_i(k) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta \tilde{c}_{ij}(k) = - [\tilde{c}_{ij}(k+1) + \tilde{c}_{ij}(k)] \|L \hat{y}_j(k)\| \quad (3)$$

其中,  $\hat{x}_i$  表示第  $i$  个节点的状态变量;  $\hat{y}_j$  表示第  $j$  个节点的输出变量;  $u_i$  表示控制输入;  $\tilde{c}_{ij}$  是网络 (2) 中拓扑结构  $c_{ij}$  的估计值,可以通过监控  $\hat{c}_{ij}$  来判断复杂动态网络节点  $i$  与节点  $j$  之间的链接是否发生故障.

定义网络各节点混沌系统的状态变量之间的误差为

$$e_i(k) = \hat{x}_i(k) - x_i(k)$$

拓扑误差为

$$\tilde{c}_{ij}(k) = \hat{c}_{ij}(k) - c_{ij}(k) \quad (4)$$

选取滑模面为

$$s_i(k) = C^T e_i(k)$$

采用离散趋近律为

$$\begin{aligned} \Delta s_i(k) &= s_i(k+1) - s_i(k) = \\ &- T \varepsilon \text{sgns}_i(k) - T \delta s_i(k) \end{aligned} \quad (5)$$

即

$$s_i(k+1) = - (T \delta - 1) s_i(k) -$$

$$\varepsilon T \text{sgns}_i(k) \quad T \delta < 1 \quad (6)$$

其中  $T, \varepsilon > 0, \delta > 0$  分别表示采样周期、到达速度、趋近速度指数,这些常数都是待选的.

$$\begin{aligned} \Delta s_i(k) &= C^T [e_i(k+1) - e_i(k)] = \\ C^T [(\hat{x}_i(k+1) - \hat{x}_i(k)) - (x_i(k+1) - x_i(k))] &= \\ C^T [\Delta \hat{x}_i(k) - \Delta x_i(k)] &= C^T \{f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) + \\ &[\sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij}(k) \hat{y}_j(k) - \sum_{j=1}^N c_{ij}(k) y_j(k)] + u_i(k)\} \end{aligned}$$

**定理 1** 若  $\varepsilon < \delta, T \delta < 1$  则选取滑模面 (4), 和离散趋近律 (5), 在选取控制律 (7) 下, 驱动系统 (1) 与响应系统 (2) 是滑模混沌同步的.

选取的控制律为

$$\begin{aligned} u_i(k) &= -C(C^T C)^{-1} [f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) + \\ &(\sum_{i=1}^n \tilde{c}_{ij}(k) L y_j(k) + \sum_{i=1}^n c_{ij}(k) L H e_j(k)) + \\ &T \varepsilon \text{sgns}_i(k) + T \delta s_i(k)] \end{aligned} \quad (7)$$

**证明** 构造 Lyapunov 函数

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) =$$

$$\sum_{i=1}^n s_i^T(k) s_i(k) + \sum_{i=1}^n \tilde{c}_{ij}(k)^T \tilde{c}_{ij}(k)$$

$$V_1(k) = \sum_{i=1}^n s_i^T(k) s_i(k)$$

$$V_2(k) = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_{ij}(k)^T \tilde{c}_{ij}(k)$$

$$\Delta V(k) = \Delta V_1(k) + \Delta V_2(k)$$

$$\Delta V_1(k) = \sum_{i=1}^n [s_i^T(k+1) s_i(k+1) - s_i^T(k) s_i(k)] =$$

$$\sum_{i=1}^n \{s_i^T(k+1) [s_i(k+1) - s_i(k)] +$$

$$[s_i(k+1) - s_i(k)]^T s_i(k)\} =$$

$$\sum_{i=1}^n [s_i^T(k+1) (\Delta s_i(k)) + (\Delta s_i(k))^T s_i(k)]$$

由

$$\Delta s_i(k) = C^T \{f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) +$$

$$[\sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij}(k) \hat{y}_j(k) - \sum_{j=1}^N c_{ij}(k) y_j(k)] + u_i(k)\} =$$

$$C^T \{f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) + [\sum_{j=1}^N \tilde{c}_{ij}(k) \hat{y}_j(k) -$$

$$\sum_{j=1}^N c_{ij}(k) (\hat{y}_j(k) - y_j(k))] + u_i(k)\} =$$

$$C^T \{f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) +$$

$$[\sum_{j=1}^N \tilde{c}_{ij}(k) \hat{y}_j(k) - \sum_{j=1}^N c_{ij}(k) L H e_j(k)] + u_i(k)\}$$

选取控制律

$$u_i(k) = -C(C^T C)^{-1} [f(\hat{x}_i(k)) - f(x_i(k)) +$$

$$\left( \sum_{i=1}^n \tilde{c}_{ij}(k) L y_j(k) + \sum_{i=1}^n c_{ij}(k) L H e_j(k) \right) + T \mathcal{E} \text{sgn} s_i(k) + T \delta s_i(k) ]$$

由⑥很容易得到

$$\Delta V_1(k) = - [ (T\delta - 1) \text{sgn} s_i(k) - \mathcal{E} T s_i(k) ]^T \cdot [ -T \mathcal{E} \text{sgn} s_i(k) - T \delta s_i(k) ] - [ T \mathcal{E} \text{sgn} s_i(k) + T \delta s_i(k) ]^T s_i(k) = (\mathcal{E} T - 1) T \delta \| s_i(k) \|^2 + [ T^2 (\mathcal{E}^2 - \delta^2) - T \mathcal{E} - T \delta ] \| s_i(k) \|^2 + T \mathcal{E} (T \delta - 1)$$

由定理1可知,  $\mathcal{E} < \delta$  以及由  $T\delta < 1$ , 从而有  $\Delta V_1(k) < 0$ , 而

$$\Delta V_2(k) = \sum_{i=1}^n [ \tilde{c}_{ij}(k+1)^T \tilde{c}_{ij}(k+1) - \tilde{c}_{ij}(k)^T \tilde{c}_{ij}(k) ] = \sum_{i=1}^n \{ \tilde{c}_{ij}(k+1)^T [ \tilde{c}_{ij}(k+1) - \tilde{c}_{ij}(k) ] + [ \tilde{c}_{ij}(k+1) - \tilde{c}_{ij}(k) ]^T \tilde{c}_{ij}(k) \} = \sum_{i=1}^n [ \tilde{c}_{ij}^T(k+1) (\Delta \tilde{c}_{ij}(k)) + (\Delta \tilde{c}_{ij}(k))^T \tilde{c}_{ij}(k) ]$$

由③很容易得到

$$\Delta V_2(k) = - \sum_{i=1}^n [ \tilde{c}_{ij}(k+1) + \tilde{c}_{ij}(k) ]^T \cdot [ \tilde{c}_{ij}(k+1) + \tilde{c}_{ij}(k) ] \| L \hat{y}_j(k) \| < 0$$

从而  $\Delta V(k) < 0$ , 所以系统是混沌同步的。

## 2 仿真算例

$$f(x_i(k)) =$$

$$\begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1(k)x_3(k) \\ x_1(k)x_2(k) \end{bmatrix}$$

$$a = 16, b = 45, c = 4$$

$$H = [1, 0, 0] \quad L = [1, 1, 1]^T \quad \eta = 1$$

$$\text{滑模面参数 } C^T = [-0.8, 1, 0.2]$$

$$(c_{ij})_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 2 \\ 4 & -8 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$x_1(0) = [0.2, 0, 0]^T \quad x_2(0) = [0.5, 0, 0]^T$$

$$x_3(0) = [0.3, 0, 0]^T \quad x_i(0) = [0, 0, 0]^T$$

驱动响应系统误差如图1所示。  $e_i^1 = \hat{x}_i - x_i (i = 1, 2, 3)$

## 3 结论

本文利用 Lyapunov 稳定性理论研究了一类离

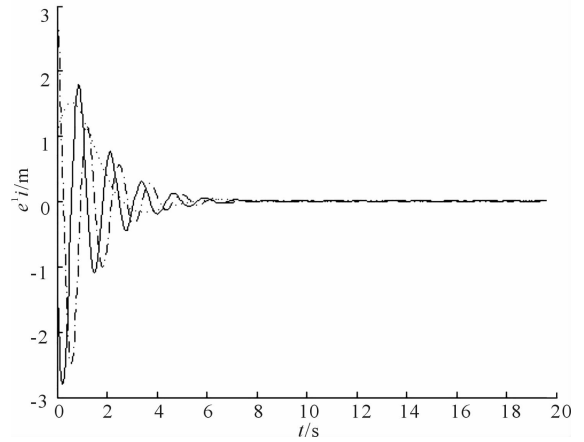


图1 驱动响应系统误差  $e_i^1 = \hat{x}_i - x_i (i = 1, 2, 3)$

散复杂网络的输出耦合滑模混沌同步控制问题, 将滑模控制方法推广到多个混沌系统构成的复杂动力学网络的同步研究, 数值仿真算例表明, 只要选取适当的控制律, 复杂网络驱动系统与响应系统是混沌同步的。

### 参考文献:

- [1] 柳爽, 吕翎, 李钢. 一类不确定复杂网络的滑模追踪同步[J]. 物理学报, 2012, 61(16): 5071.
- [2] 吕翎, 李钢, 张檬, 等. 全局耦合网络的参数辨识与时空混沌同步[J]. 物理学报, 2011, 60(9): 5051.
- [3] 李德奎, 李玉龙, 张建刚, 等. 混合时滞驱动响应动力学网络的函数投影同步[J]. 河南科技大学学报: 自然科学版, 2011, 32(6): 64.
- [4] 吕翎, 李钢, 孟乐, 等. 单项链式网络的激光混沌同步[J]. 中国激光, 2010, 37(10): 2533.
- [5] Niu Y, Ho D W C. Robust observer design for Ito stochastic time-delay systems via sliding mode control[J]. Systems Control Letters, 2006, 55(10): 781.
- [6] 付宏睿, 俞建宁, 张建刚. 复杂网络的混沌同步及一种新的保密通信系统[J]. 河北师范大学学报, 2011, 35(5): 473.
- [7] 吕翎, 孟乐, 郭丽, 等. 激光时空混沌模型的加权网络投影同步[J]. 物理学报, 2011, 60(3): 5061.
- [8] 赵若岩, 蒋国平. 一类输出耦合时延复杂动态网络故障诊断研究[J]. 物理学报, 2011, 60(11): 2061.
- [9] 王建安. 时变时滞耦合两个不同复杂网络的自适应广义同步[J]. 物理学报, 2012, 61(2): 5091.
- [10] 吕翎, 李雨珊, 韦琳玲, 等. 基于滑模控制法实现规则网络的混沌同步[J]. 物理学报, 2012, 61(12): 5041.
- [11] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2): 154.