

应用 UKF 顺序滤波的组合导航研究

史俊莉

(河南工业职业技术学院 建筑工程系, 河南 南阳 473000)

摘要:针对组合导航中传统卡尔曼滤波(KF)需要计算雅可比矩阵,当模型过于复杂或者雅可比矩阵无法求取时就很难处理的问题,在 UKF 滤波方法的基础上,提出了 UKF 顺序滤波的方法.该方法应用 UKF 滤波,兼顾 GPS 信息及惯导信息,逐次利用新信息来更正估计值.将该方法用于船用组合导航进行了仿真,仿真结果证明了算法的有效性.

关键词:组合导航;惯性导航;顺序滤波;卡尔曼滤波;UKF 滤波;最优估计

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.2095-476X.2014.05.018

Research on integrated navigation using UKF order filtering

SHI Jun-li

(Department of Architectural Engineering, He'nan Polytechnic Institute, Nanyang 473000, China)

Abstract: Kalman filtering requires the calculation of Jacobian matrix in integrated navigation, when the model is too complex or Jacobian matrix cannot be obtained it is difficult to deal with the issue, the UKF sequential filtering method was proposed. To solve these problems, the method used the UKF filter, the GPS information and navigation information, successively using new information to make correction estimates. The method was used in ship navigation, and the simulation results proved the effectiveness of the algorithm.

Key words: integrated navigation; inertial navigation; order filtering; Kalman filter; UKF filter; optimal estimation

0 引言

惯性导航技术已经存在 40 多年,因为其自主性强、保密性好、不需要外界信息便可实现导航和制导,所以越来越广泛地引起重视,更由于其稳定性好、价格低而受到欢迎.但惯性器件本身具有测量误差,再加上计算误差,根据惯导积分求取位置的原理,这些误差随着积分进入结果中,若没有措施来消除这些误差,随着积分次数的增加,最终计算结果的误差将随时间积分成指数形式增长,所以惯

导的定位结果只有在短时间内是精确的.要提高惯导系统 INS(inertial navigation system)的精度,一般是依靠采用新材料、新工艺、新技术来提高惯性器件的精度,这需要花费很大的人力和财力,且惯性器件精度的提高是有限的^[1].而综合导航则主要是通过软件技术来提高导航精度,是目前导航技术发展的主要方向^[2].通过滤波技术实现 GPS/INS 的综合^[3-4],能够克服各自模式的缺点,取长补短. GPS 在 INS 的辅助下,可以提高其卫星跟踪能力,提高接收机的动态特性和抗干扰性.另外, GPS/INS 综合还

收稿日期:2014-04-25

作者简介:史俊莉(1984—),女,河南省南阳市人,河南工业职业技术学院助教,硕士,主要研究方向为大地测量学与测量工程.

可以实现 GPS 完整性的检测,从而提高可靠性^[5-8]. GPS 具有定位精度高,误差不累计的特性.但是在动态中,精度会有所下降,而且容易受到外界的影响,使其误差更大或信号丢失,从而无法定位. INS 和 GPS 的互补性使得 GPS 和 INS 的组合导航成为当前的热点.

在 INS/GPS 组合导航系统中,传统的滤波方法是卡尔曼滤波(KF),它需要计算雅可比矩阵,这种解析解存在的情况只是一部分,而且计算颇为复杂.尤其是对非线性系统,需要扩展卡尔曼滤波(EKF). EKF 保持了 KF 计算上有效的迭代更新,以及其他的优点,但它仍然存在许多严重的缺陷.在许多实际应用问题中,状态方程或量测方程为非线性而噪声为非高斯情况时,滤波问题也表现为非线性^[9]. 解决非线性滤波问题的最优方案需要得到其条件后验概率的完整描述,然而这种精确的描述由于需要几乎无尽的参数而无法付诸应用. EKF 滤波器通过一阶线性来近似系统的非线性函数,因此引入了较大的误差,这使得 EKF 滤波有时会引起发散现象,成为一个次优问题^[10-11]. 它存在如下不足: 1) 当非线性函数 Taylor 展开式的高阶项无法忽略时,线性化会使系统产生较大的误差,甚至于滤波器难以稳定; 2) 在许多实际问题中很难得到非线性函数的雅可比矩阵求导; 3) EKF 需要求导,所以必须清楚了解非线性函数的具体形式,无法做到黑盒封装,从而难以模块化应用. 鉴于此,本文拟研究一种替代方法,即 Unscented 卡尔曼滤波器(UKF)^[12]. UKF 方法能够应用于组合导航,用不同渠道的信息来更正观测值. UKF 在船用组合导航中的应用仿真证明了其有效性.

1 UKF 滤波器

1.1 UKF 滤波方法

作为一种新型的非线性滤波方法,对于线性系统,UKF 的滤波性能与 EKF 相当;对于非线性系统,其性能则明显优于 EKF. 它不需要采用雅可比矩阵,对状态方程和量测方程线性化,因此降低了线性化过程中高阶项的截断误差. 该方法的基本思想是:首先选择一批可表达系统状态的均值与方差的采样点,然后对这些采样点进行非线性变换,经过变换后的采样点分布以 2 阶以上精度近似于真实均值与方差.

1.2 UT 变换及伸缩隐性变换

UT(unscented transformation)变换是计算经非

线性方程传播后的随机变量统计特性的新方法,基于逼近高斯分布比逼近任意非线性函数更容易的理论,UT 变换利用 1 组加权的点去参数化概率分布的均值和方差. UT 变换包含 1 组采样点 sigma 点,这些点的统计均值和方差与先验状态一致,系统后验的统计均值和方差可以由经历非线性变换的 sigma 点确定. 将 n 维随机变量 x_k 及其估计值 \hat{x}_k 和协方差估计值 \hat{P}_k 用来构造如下向量(根据 sigma 点对称采样策略的采样条件函数,得到 $2n + 1$ 个采样点):

$$\begin{cases} \chi_{0,k} = \hat{x}_k & i = 0 \\ \chi_{i,k} = \hat{x}_k + (\sqrt{(n + \kappa)\hat{P}_k})_i & i = 1, \dots, n \\ \chi_{i,k} = \hat{x}_k - (\sqrt{(n - \kappa)\hat{P}_k})_{i-n} & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{\kappa}{n + \kappa} & i = 0 \\ \omega_i = \frac{1}{[2(n + \kappa)]} & i = 1, \dots, n \\ \omega_i = \frac{1}{[2(n + \kappa)]} & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (2)$$

式中, κ 是缩放因子, $(\sqrt{(n + \lambda)\hat{P}_k})_i$ 代表了矩阵方根的 i 行(或者列), ω_i 表示 UT 变换的权值,可以得到

$$\sum_{i=0}^{2n} \omega_i = 1$$

选择 sigma 点时,随着状态方程维数的增加,包含 sigma 点集的半径也会增加,虽然还可以获得先验分布均值以及方差,然而在存在较强的非线性时,采样的数据半径就会过大. 在式 (1) 中第 i 个 sigma 点的距离 $|\chi_i - \hat{x}_k|$ 跟 $\sqrt{n + \kappa}$ 成比例: $\kappa = 0$ 时,该距离跟 \sqrt{n} 成比例;当 $\kappa > 0$ 时,距离被放大而远离 \hat{x}_k ;当 $\kappa < 0$ 时,距离被缩小而靠近 \hat{x}_k . 可是当 $\kappa < 0$ 时, $\omega_0 < 0$, 这将导致协方差矩阵负定,使得滤波发散,不利于选择适当的缩放因子,所以应使用伸缩隐性变换来处理,即

$$\begin{cases} \chi_{0,k} = \hat{x}_k \\ \chi_{i,k} = \hat{x}_k + (\sqrt{(n + \lambda)\hat{P}_k})_i & i = 1, \dots, n \\ \chi_{i,k} = \hat{x}_k + (\sqrt{(n - \lambda)\hat{P}_k})_{i-n} & i = n + 1, \dots, 2n \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \\ \omega_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ \omega_i = \frac{1}{2(n + \lambda)} & i = 1, \dots, 2n \end{cases}$$

式中,用于调节 sigma 点和 \hat{x}_{k-1} 距离的比例参数 $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$; κ 的取值没有具体限制,默认值可以设为 0,但应该保持 $(\sqrt{(n + \lambda)\hat{P}_k})$ 是半正定矩阵,面对大多数高斯分布的情况,状态变量为单变量时可取 $\kappa = 2$,状态变量为多变量时可选择 $\kappa = 3$,它仅影响 2 阶之后高阶矩阵带来的偏差; α 满足 $0 \leq \alpha \leq 1$,控制 sigma 点分布的范围,理想情况是一个很小的数,这样当非线性很强时可以避免采样全局性信息,合理的参数选择有助于提高滤波的精度; β 是结合随机变量概率分布高阶矩阵先验知识的非负加权值,在高斯情况下往往取最优值 2; \hat{P}_{k-1} 作为实对称正定矩阵,通过 Cholesky 分解能够得到其平方根矩阵。

1.3 UKF 滤波框架

1) 首先进行初始化. 假定系统的初始状态 x_0 为高斯分布的随机向量,得到状态初始化条件

$$\begin{cases} \hat{x}_0 = E(x_0) \\ \hat{P}_0 = E((x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T) \end{cases}$$

2) 对于时刻 $k = 1, 2, 3, \dots$, 分别进行迭代.

a) 计算采样点,也就是根据过程模型求 sigma 点,对状态量进行 UT 变换.

b) 计算预测值. 预测估计值,根据上一步得到的 $\chi_{i,k}$,通过系统的状态方程来预测下一刻的 χ_i 值,即应用系统的状态方程对各个 sigma 点进行非线性变换

$$\chi_{i,k+1|k} = f(\chi_{i,k})$$

利用 UT 加权得到下一步状态的预测值

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} \chi_{i,k+1|k}$$

计算预测方差,得到下一步预测方差阵

$$P_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k}) \cdot (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})^T + Q_{k+1}$$

通过测量方程对各个 sigma 点 $\chi_{i,k+1|k}$ 进行测量值计算:

$$Z_{i,k+1|k} = h(\chi_{i,k+1|k})$$

通过 UT 变换的权重系数加权求得预测测量值

$$\hat{Z}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} Z_{i,k+1|k}$$

c) 更新方程. 计算理论的信息方差

$$P_{zz,k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} [Z_{i,k+1|k} - \hat{Z}_{k+1|k}] \cdot [Z_{i,k+1|k} - \hat{Z}_{k+1|k}]^T + R_{k+1}$$

计算 $\hat{X}_{k+1|k}$ 和 $\hat{Z}_{k+1|k}$ 的协方差

$$P_{xz,k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} [\chi_{i,k+1|k} - \hat{X}_{k+1|k}] \cdot [Z_{i,k+1|k} - \hat{Z}_{k+1|k}]^T$$

计算 UKF 滤波增益矩阵

$$K_k = P_{xz,k+1|k} P_{zz,k+1|k}^{-1}$$

更新误差协方差

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} P_{zz,k+1|k} K_{k+1}^T$$

更新滤波状态值

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} [Z_{k+1} - \hat{Z}_{k+1|k}]$$

从上述过程来看,UKF 主要是通过对状态方程和观测方程的线性化得到,不用计算雅可比矩阵,且矩阵开方能够应用 Cholesky 因式分解来实现,所以计算量较小;与此同时,由于其直接应用非线性函数传播状态变量均值以及方差,减小了额外偏差,所以与 EKF 相比,具有较高的预测精度和滤波鲁棒性。

对称采样中 sigma 点除中心点外,其他 sigma 点都有一样的权重以及到中心的距离. 这也表明对称采样策略对除了中心以外的 sigma 点都同样重视. 笔者对于 UKF 滤波算法的描述就是应用了对称采样策略,可以清楚地看到 sigma 点是空间中心对称以及轴对称的. 对称采样可以确保近似达到泰勒展开式 2 阶截断精度. 特别是这种采样策略使得高于 1 阶的奇次中心矩为 0,而这一点使其比较吻合高斯分布的特征。

2 组合导航 UKF 顺序滤波

UKF 顺序滤波融合算法流程如图 1 所示.

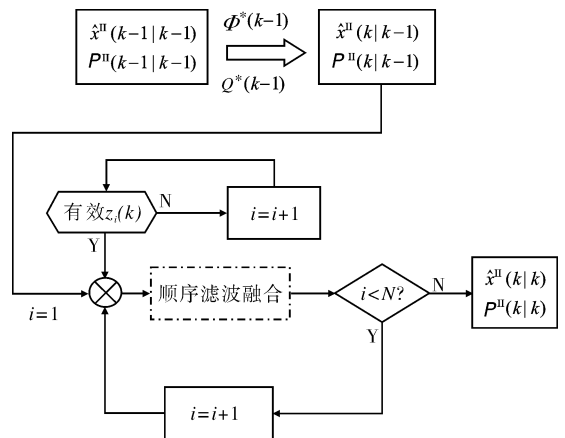


图 1 UKF 顺序滤波融合算法流程

顺序滤波融合的基本思想为:若已获 $k - 1$ 时刻状态 $x(k - 1)$ 基于全局的估计值 $\hat{x}^u(k - 1 | k - 1)$,

以及相应的估计误差协方差 $\mathbf{P}^{\parallel}(k-1|k-1)$, 当 k 时刻到来时, 利用 UKF 滤波器和 $k-1$ 时刻各有效子系统的测量值依次对状态 $x(k)$ 进行估计, 最后得到基于全局信息的估计值 $\hat{x}^{\parallel}(k|k)$ 和相应误差协方差 $\mathbf{P}^{\parallel}(k|k)$. 每个时刻导航子系统的测量值到来时, 按先后顺序检查导航子系统的测量值是否有效: 若无效, 则隔离该子系统; 若有效, 则进行滤波. 计算如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_i^{\parallel}(k|k) = \hat{x}_{i-1}^{\parallel}(k|k) + \mathbf{K}_i^{\parallel}(k)[z_i(k) - \hat{z}_{i-1}(k|k-1)] \\ \mathbf{P}_i^{\parallel}(k|k) = \mathbf{P}_{i-1,zz}^{\parallel}(k|k-1) - \mathbf{K}_i^{\parallel}(k)\mathbf{P}_{i-1,zz}^{\parallel}(k|k-1)(\mathbf{K}_i^{\parallel}(k))^T \\ \mathbf{K}_i^{\parallel}(k) = \mathbf{P}_{i,xz}^{\parallel}(k|k-1)\mathbf{P}_{i,zz}^{\parallel}(k|k-1)^{-1} \\ \begin{cases} \hat{x}_0^{\parallel}(k|k) = \hat{x}^{\parallel}(k|k-1) \\ \mathbf{P}_0^{\parallel}(k|k) = \mathbf{P}^{\parallel}(k|k-1) \end{cases} \\ \chi_j(k|k-1) = f(\chi_j(k-1)) \\ \hat{x}(k|k-1) = \sum_{j=0}^{2n} \omega_j^{(m)} \chi_j(k|k-1) \\ \mathbf{P}_{zz}^{\parallel}(k|k-1) = \sum_{j=0}^{2n} \omega_j^{(c)} [z_j(k|k-1) - \hat{z}(k|k-1)][z_j(k|k-1) - \hat{z}(k|k-1)]^T + \mathbf{R}^{\parallel}(k) \\ \mathbf{P}_{xz}^{\parallel}(k|k-1) = \sum_{j=0}^{2n} \omega_j^{(c)} [\chi_j(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)][z_j(k|k-1) - \hat{z}(k|k-1)]^T \\ \begin{cases} \hat{x}^{\parallel}(k|k) = \hat{x}_N^{\parallel}(k|k) \\ \mathbf{P}^{\parallel}(k|k) = \mathbf{P}_N^{\parallel}(k|k) \end{cases} \end{cases}$$

3 仿真结果与分析

将本文提出的算法应用于舰船 INS/GPS 组合导航进行仿真研究. 系统模型参考文献[13] 并取其非线性模型来计算, 运动状态方程是匀加速直线运动建模. 系统状态变量设为

$$x(k) = [x_e, v_e, a_e, x_n, v_n, a_n, x_u, v_u, a_u]^T$$

这里 $x_e, v_e, a_e, x_n, v_n, a_n, x_u, v_u, a_u$ 指的是东北天地理坐标系中东向、北向和天向的位置、速度和加速度. 组合导航子系统数目为 2, INS 提供位置、速度和加速度信息, GPS 提供位置、速度信息, 初始条件如下: 初始经度 20° , 纬度 50° ; 姿态角误差 $0^\circ, 0.12^\circ, 0.2^\circ$; 陀螺仪白噪声漂移 0.001° ; 陀螺仪常值漂移 0.02° ; 陀螺仪 1 阶马尔科夫漂移 $0.1^\circ, 7\ 200\text{ s}$; 加速计 1 阶马尔科夫漂移 $0.1\ \mu\text{g}, 1\ 600\text{ s}$.

应用组合导航定位直接滤波法计算, 验证本文提出的算法和 UKF 下的组合导航滤波精度, 与单独 GPS 导航的结果进行比较, 如图 2 所示.

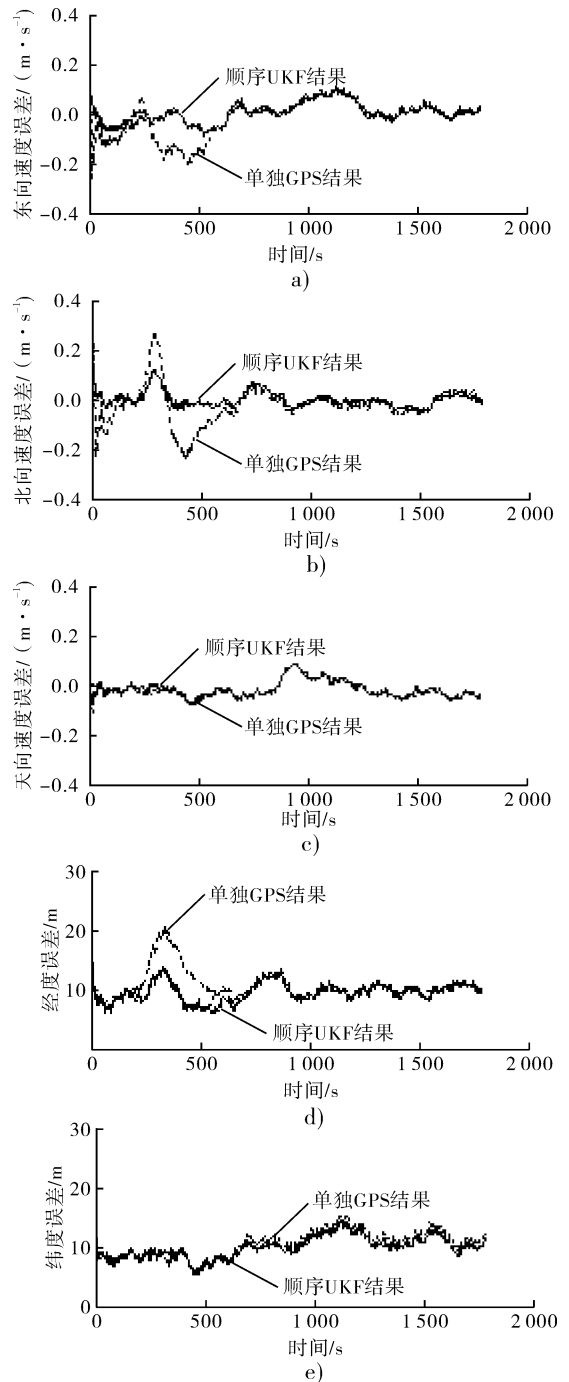


图 2 单独 GPS 和顺序 UKF 综合导航的结果比较

由图 2 可知, 采用顺序滤波能够更好地实现信息的合成, 其精确性比单纯的 GPS 有所提高. 由于系统针对的是非线性模型, 如果采用 KF 就会由于雅克比矩阵无法求解而不能处理, 但是 UKF 的这种方法扭转了这种局面. 通过计算对比, 综合的导航

方式 MSE 只有 6 左右,而 GPS 单独导航的 MSE 达到了 20,这说明组合式顺序 GPS/INS 导航定位可以获得比单独导航更好的导航性能.

4 结论

针对组合导航中 KF 需要计算雅可比矩阵、而当模型过于复杂或者雅可比矩阵无法求取时就很难处理的问题,在 UKF 滤波方法的基础上,提出了 UKF 顺序滤波的方法.该方法应用 UKF 滤波,兼顾 GPS 信息及惯导信息,逐次利用新信息来更正估计值.该方法用船用组合导航进行了仿真,结果证明了算法的有效性.相比于文献[13],UKF 顺序滤波更容易处理复杂模型,且实用性强、计算性能和容错性好,是可以深入研究的方法.

参考文献:

- [1] Mooij E, Chu Q P. Tightly-coupled IMU/GPS re-entry navigation system[C]//American Institute of Aeronautics and Astronautics, California: AIAA, 2002: 1-11.
- [2] Qian H M, Lei Y M, Xie C S. Analysis compare and performance appraisal on filter methods in integrated navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2006, 14(6): 95.
- [3] Qian H M, An D, Xia Q X. Application of SRUKF in SINS initial alignment for large misalignment angles[C]//2010 Third International Conference on Modelling and Simulation, Washington: IEEE Computer Society, 2010: 303-308.
- [4] Qian H M, An D, Xia Q X. IMM-UKF based land-vehicle navigation with low-cost GPS/INS[C]//2010 IEEE International Conference on Information and Automation, Washington: IEEE Computer Society, 2010: 2031-2035.
- [5] Dyrud L, Woessner B, Jovancevic A, et al. Ultra tightly coupled GPS/INS receiver for TSPI applications[C]//Proceeding of Institute of Navigation GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Fort Worth: TX, 2007: 25-28.
- [6] Wang W, Liu Z Y, Xie R R. An improved tightly coupled approach for GPS/INS integration[C]//Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, Seattle, WA: IEEE Robotics and Automation Society, 2004: 1164-1167.
- [7] Babu R, Wang J L, Rao G. Analysis of ultra-tight GPS/INS integrated system for navigation performance[C]//IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Networking, Seattle, WA: IEEE Robotics and Automation Society, 2008: 234-237.
- [8] Wand W, Liu Z, Xie R. An improved tightly coupled approach for GPS/INS integration[J]. IEEE Conference on Robotics Automation and Mechatronics, 2004(2): 1164.
- [9] Julier S, Uhlmann J, Hugh F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477.
- [10] Betkel M. Real-time multiple vehicle detection and tracking from a moving vehicle[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10(3): 475.
- [11] Du Y, Niltolaos P. Real-time vehicle following through a novel symmetry-based approach[C]//Proc of the 1997 IEEE Int Conf on Robotics and Automation Albuquerque, Seattle, WA: IEEE Robotics and Automation Society, 1997: 1023-1026.
- [12] 张红梅, 邓正隆. UKF 方法在陆地车辆组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(4): 20.
- [13] 汤天浩, 闻春红, 王天真, 等. 舰船组合导航系统的顺序滤波融合算法[J]. 中国航海, 2008(3): 206.