



卞博,洪荣晶. 基于锥形刀具的螺旋锥齿轮齿顶倒棱加工仿真研究[J]. 轻工学报,2021,36(1):102-108.
BIAN B,HONG R J. Simulation research on the chamfering at tooth top of spiral bevel gear based on conical cutter
[J]. Journal of Light Industry,2021,36(1):102-108. DOI:10.12187/2021.01.013
中图分类号:TH164 文献标识码:A 文章编号:2096-1553(2021)01-0102-07

基于锥形刀具的 螺旋锥齿轮齿顶倒棱加工仿真研究

Simulation research on the chamfering at tooth top of spiral bevel gear based on conical cutter

卞博,洪荣晶

BIAN Bo,HONG Rongjing

南京工业大学 机械与动力工程学院,江苏 南京 211800

School of Mechanical and Power Engineering,Nanjing University of Technology,Nanjing 211800,
China

关键词:

螺旋锥齿轮;锥形刀
具;倒棱

Key words:

spiral bevel gear;
conical cutter;
chamfer

摘要:针对螺旋锥齿轮倒棱大小无法精确控制的问题,提出了一种采用锥形刀具进行齿顶倒棱加工的方法.该方法建立了齿顶棱线方程,并以此为依据推导出刀具轨迹方程;根据锥形刀具的锥角和倒棱的长度,经过几何变换计算出刀尖点位置和刀轴矢量;在此基础上确定刀具加工轨迹进而完成齿顶倒棱加工.仿真结果表明,在3组不同倒棱参数下,倒棱的形状误差 ≤ 0.05 mm,提高了倒棱精度,且可灵活控制倒棱大小.

收稿日期:2020-01-28

作者简介:卞博(1993—),男,江苏省无锡市人,南京工业大学硕士研究生,主要研究方向为现代设计方法与技术、齿轮设计与优化.

通信作者:洪荣晶(1963—),男,江苏省南京市人,南京工业大学教授,博士,主要研究方向为数控理论及应用、数字化制造技术.

Abstract: In order to solve the problem that the chamfer size of spiral bevel gears cannot be precisely controlled, a method for chamfering the tooth top with a conical cutter was proposed. This method established the tooth crest equation, and derived the tool path equation based on this. According to the taper angle of the conical cutter and the length of the chamfer, the position of the tool tip point and the tool axis vector could be calculated through geometric transformation. From this, the machining path of the tool was determined to complete the chamfering of tooth top. Simulation results showed that under three different chamfer parameters, the chamfer shape error was not more than 0.05 mm, which improved the chamfer accuracy, and could flexibly control the chamfer size.

0 引言

螺旋锥齿轮因承载力高、传动平稳,被广泛应用于飞机、车辆、工程机械等传动系统中^[1-2]。螺旋锥齿轮在切削加工过程中,齿面和齿顶常常会有毛刺、飞边等“棱”出现,在剧烈工况下,会产生噪声、冲击及齿面快速疲劳破坏等现象^[3-5],因此对齿顶倒棱技术的研究非常重要。

发达工业国家在齿轮倒棱技术上有较为成熟的经验,SAMPUTENSILI公司生产的SM2TA挤棱机以挤棱工艺加工热前未淬硬齿轮的齿廓棱线部分;日本山阳研制的五轴双曲面齿轮倒棱机,自动化程度较高且易操作^[6];K. M. Ribbeck等^[7]在刀盘上安装多把刀具,通过刀盘与工件旋转完成螺旋锥齿轮的倒棱加工。国内部分学者对倒棱问题也进行了研究,徐彦伟等^[8]提出了采用锥形砂轮实现弧齿锥齿轮大轮齿顶倒棱;李佳等^[9]提出了旋分倒棱技术,该方法需要1个平移和3个旋转运动联动;魏巍等^[10]提出的盘形刀具的弧齿锥齿轮齿顶倒棱加工方法,可同时加工两边倒棱,但形状误差较大,达0.5 mm。刘景成^[11]提出采用盘状铣刀的弧齿锥齿轮单边倒棱加工方法,加工精度可达0.07 mm,但该方法仅适用于大轮。上述研究大多以双边倒棱为基础,着重提高倒棱效率,对于倒棱精度的重视不够。鉴于此,本文拟以小轮为对象,提出基于锥形刀具的螺旋锥齿轮齿顶倒棱加工方法,即通过建立

齿顶棱线方程,设置倒棱参数,对锥形刀具轨迹进行求解计算,从而实现倒棱大小的灵活控制,同时提高倒棱精度。

1 齿顶棱线方程的建立

1.1 锥形刀具倒棱加工原理

螺旋锥齿轮形体复杂,但根据成型原理,可将螺旋锥齿轮看作是由一个个齿形截面(见图1)衔接构成的,所有截面均垂直于齿向曲线,因为齿顶棱线依据齿向线生成,所以这些截面近似垂直于齿顶棱线。

锥形刀具倒棱加工,实质上是指刀具切削侧刃沿齿顶做切削运动的加工。锥形刀具在进行倒棱加工时,刀具走向与齿顶棱线密切相关,其轨迹求解流程为:根据垂直于齿顶棱线的齿形截面对倒棱参数进行计算,得出刀具倒棱加工轨迹。因计算的需要,应首先对齿顶棱线方程^[12]进行求解。

1.2 齿顶棱线方程的推导

本文以一对螺旋锥齿轮副的小轮为例来研究倒棱加工。由文献^[13]可知,其齿顶棱线方程为

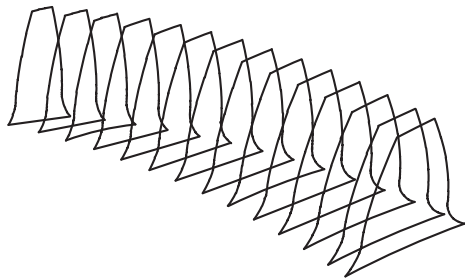


图1 齿形截面

Fig. 1 Tooth section

$$\begin{cases} x(t) = (L_x \cdot \sin\delta + h_{ax}) \cdot \cos(t + \delta) \\ y(t) = (L_x \cdot \sin\delta + h_{ax}) \cdot \sin(t + \delta) \\ z(t) = -L_x \cdot \cos\delta + PC \end{cases} \quad (1)$$

其中, L_x 为齿线上任一点锥距, h_{ax} 为棱线任一点齿顶高, δ 为节锥角, t 为齿线任一点转角, PC 为节锥顶点与顶锥顶点的距离。

1.3 齿顶棱线方程的验证

取一对螺旋锥齿轮副的小轮参数并创建模型, 进行齿顶棱线和后续倒棱的计算和验证。螺旋锥齿轮参数分别为: 齿数 15, 大端模数 6, 外锥距 95.29 mm, 节锥角 28.18° , 压力角 20° , 螺旋角 39.87° , 齿顶高 4.2 mm, 齿根高 5.4 mm。在 UG 中根据基本参数构建的螺旋锥齿轮三维模型如图 2 所示。

提取三维模型中一条齿顶棱线的 30 个点 (即图 2 所示模型上的棱线点集), 在 Matlab 中与式①齿顶线方程进行比对, 齿顶棱线方程验证结果如图 3 所示。由图 3 可以看出, 齿顶棱线方程与三维模型中棱线提取的数据点基本重合, 说明螺旋锥齿轮齿顶棱线参数方程与理论模型误差并不大, 可以作为后续刀具轨迹计算的依据。

2 刀具轨迹求解

2.1 局部坐标系原点与各轴矢量计算

将齿轮轴心线与坐标轴重合, 使得给定主坐标系位于螺旋锥齿轮上顶部中心, 且 Z 轴与轴心线一致。根据齿顶棱线分割的离散点, 得出

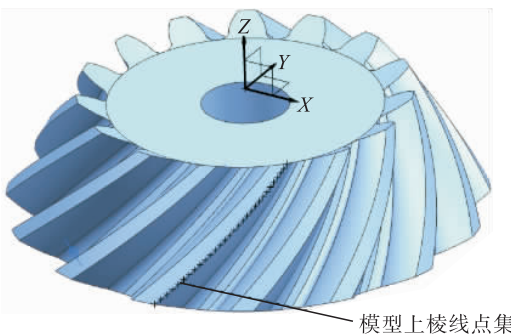


图 2 螺旋锥齿轮三维模型

Fig. 2 3D model of spiral bevel gear

与离散点相同数量的棱线法平面, 设离散点为 $O_2(x_0, y_0, z_0)$, 对应齿顶棱线方程自变量 t_0 , 棱线法平面为 P , 则法平面方程^[14]为

$$x'(t_0) \cdot (x - x_0) + y'(t_0) \cdot (y - y_0) + z'(t_0) \cdot (z - z_0) = 0$$

该法平面的法矢量 $\mathbf{v}_2 = [x'(t_0), y'(t_0), z'(t_0)]$ 为局部坐标系的 Y 坐标轴矢量, 法截面 P 与 Z 轴交点及矢量如图 4 所示, 其中法平面与螺旋锥齿轮轴线的交点 O_1 即为所求的局部坐标系原点, 该点在主坐标系中的坐标为 $O_1(0, 0, w)$, 根据平面与直线的交点关系, 求得:

$$w = \frac{x_0 \cdot x'(t_0) + y_0 \cdot y'(t_0) + z_0 \cdot z'(t_0)}{z'(t_0)}$$

点 O_1 与离散点连成的直线矢量作为局部坐标系的 Z 坐标轴矢量 $\mathbf{v}_3[x_0, y_0, z_0 - w]$, 因坐标系三矢量两两垂直, 所以

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_3 = 0 \\ \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_1 = 0 \end{cases}$$

因 \mathbf{v}_1 有无穷多解, 可选取其中一个 $\mathbf{v}_1 = [1, b, c]$ 作为 X 轴矢量。

2.2 当量齿轮齿廓齿顶角度求解

棱线法截面对单个轮齿进行切割, 单齿截

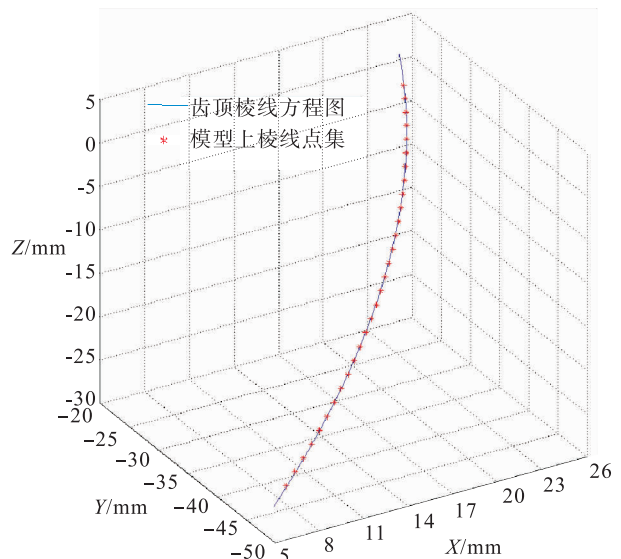


图 3 齿顶棱线方程验证结果

Fig. 3 Verification results of tooth top ridge equation

面与倒棱参数如图 5 所示,其中 $r = |\overrightarrow{O_1O_2}|$,为齿顶棱线离散点与对应法平面与齿轮轴心线交点 O_1 的空间距离, L_{d1} 和 L_{d2} 分别为齿顶面和齿面在法截面上的长度. 根据螺旋锥齿轮当量齿轮原理^[15],此齿形截面即为螺旋锥齿轮的当量直齿圆柱齿轮齿廓.

由于当量齿轮齿廓齿顶角度 θ 并不是一个定值,故它会随着倒棱大小的改变而作微小改变. 为提高刀具轨迹的精度,需要求解齿廓顶角 θ 与倒棱大小参数 L_{d1} 和 L_{d2} 之间的关系. 而大多

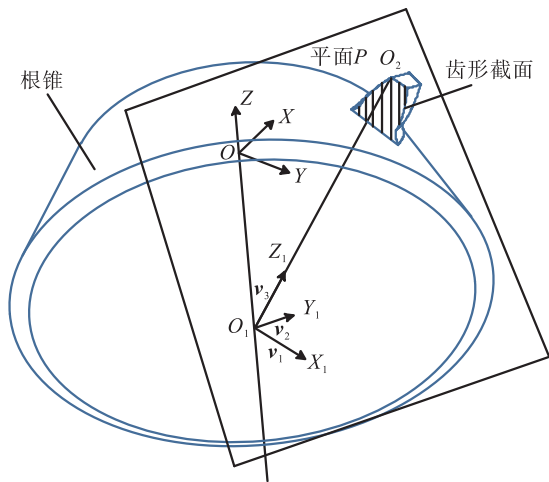


图 4 法截面 P 与 Z 轴交点及矢量
Fig. 4 Intersection point and vector of normal section P and Z axis

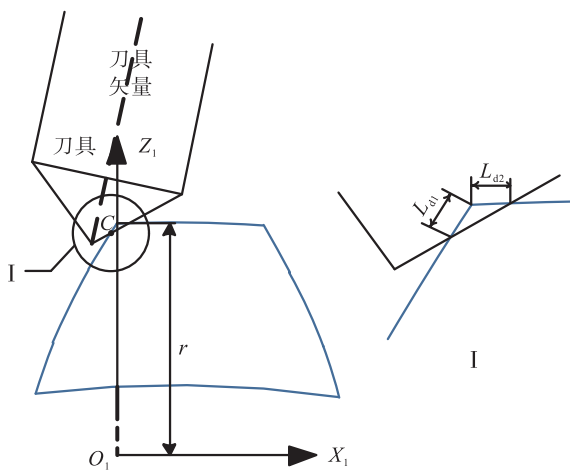


图 5 单齿截面与倒棱参数

Fig. 5 Single tooth section and chamfer parameters

螺旋锥齿轮齿顶倒棱深度在 0.2 ~ 0.5 mm 之间,这远远小于齿轮的尺寸,所以齿顶倒棱形状可看作一个三角形,即弧线近似为直线,根据渐开线与圆的性质,可由螺旋锥齿轮的基本参数和给定的倒棱长度,求出齿廓顶角 θ . 螺旋锥齿轮当量齿轮参数如图 6 所示. 在图 6 的坐标系下,齿顶角求解过程如下.

1) 首先求解渐开线与齿顶圆的交点坐标,根据渐开线方程计算得 O_3 坐标:

$$O_3 = [x_3, y_3] = [R_j \cdot \sin\alpha_0 - R_j \cdot \alpha_0 \cdot \cos\alpha_0, R_j \cdot \cos\alpha_0 + R_j \cdot \alpha_0 \cdot \sin\alpha_0]$$

其中, $R_j = R_f \cdot \cos\alpha$, $\alpha_0 = \sqrt{\frac{(R_f + h_a)^2}{R_f^2} - 1}$ 为渐开线旋转的角度, R_f 为背锥距, h_a 为齿顶高, α 为螺旋锥齿轮压力角.

2) 根据弧长 L_{d1} 和 L_{d2} 可以计算出点 H 和点 G 的坐标,计算可得

$$H = [x_h, y_h] =$$

$$[x_3 \cdot \cos\varphi - y_3 \cdot \sin\varphi, x_3 \cdot \sin\varphi + y_3 \cdot \cos\varphi]$$

$$G = [x_g, y_g] =$$

$$[R_j \cdot \sin\sigma - R_j \cdot \sigma \cdot \cos\sigma, R_j \cdot \cos\sigma + R_j \cdot \sigma \cdot \sin\sigma]$$

其中, $\varphi = \frac{L_{d1}}{2\pi(R_f + h_a)}$, $\sigma = \sqrt{\alpha_0 - \frac{2L_{d2}}{R_f}}$.

3) 联立 O_3, H, G 这 3 点的坐标即可求出齿顶角,即

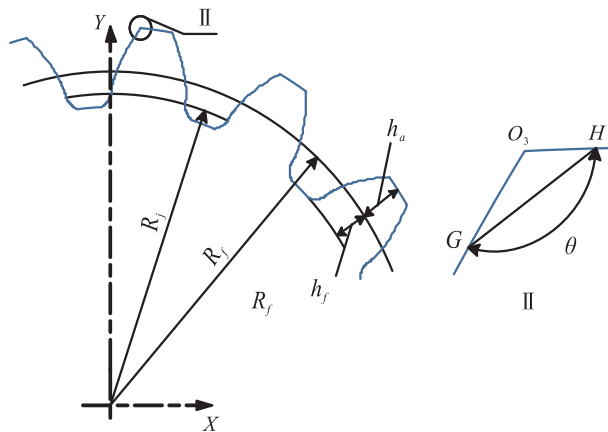


图 6 螺旋锥齿轮当量齿轮参数

Fig. 6 Equivalent gear parameters of spiral bevel gear

$$\theta = \cos\left(\frac{\overrightarrow{O_3H} \cdot \overrightarrow{O_3G}}{|\overrightarrow{O_3H}| \cdot |\overrightarrow{O_3G}|}\right) \quad (2)$$

2.3 刀位点在副坐标系的坐标求解

刀位点与刀轴矢量如图7所示,其中, O_2 为倒棱曲线上离散点,在副坐标系下坐标为 $[0,0,r]$,倒棱形状可看成三角形,线段 O_2D 可看成与 X_2 轴平行, $O_2D = L_{d1}$, $O_2C = L_{d2}$,设定刀具角度为 δ ,刀尖露出长度 $BC = L_t$. 根据平面几何关系,求出刀位点 B 和刀轴矢量上 A 的坐标.

先求出三角形的内角:

$$\angle O_2CD = \arctan\left(\frac{\sin(\pi - \theta)}{L_{d2}/L_{d1} + \cos(\pi - \theta)}\right) \quad (3)$$

据此可以求出 γ 角:

$$\gamma = \theta - \frac{\pi}{2} + \angle O_2CD - \angle O_2BF \quad (4)$$

其中

$$\angle O_2BF = \arctan\left(\frac{L_{d2} \cdot \sin \angle O_2CD}{L_{d2} \cdot \cos \angle O_2CD + L_t}\right) \quad (5)$$

根据式②—⑤,可以得出 B 点和 A 点的坐标分别为

$$\mathbf{B} = [-l_{BE}, 0, r - l_{O_2E}] =$$

$$[-l_{BO_2} \cdot \sin\gamma, 0, r - l_{BO_2} \cdot \cos\gamma]$$

$$\mathbf{A} = [-l_{AO_2}, 0, r] = [-l_{BO_2} \cdot \frac{\sin \angle O_2BA}{\sin \angle O_2AB}, 0, r]$$

其中, $\angle O_2BA = \frac{\delta}{2} - \angle O_2BF$, $\angle O_2AB =$

$\theta + \angle O_2CD - \frac{\delta}{2}$, l_{BO_2} 由直角三角形关系求出.

2.4 坐标转换

将副坐标系下的刀位点坐标转换为主坐标系下的坐标,以便于生成加工代码.

首先将副坐标系各轴矢量转换为单位矢量,转换后单位矢量为 $\mathbf{v}_{11} = [u_x, u_y, u_z]$, $\mathbf{v}_{21} = [m_x, m_y, m_z]$, $\mathbf{v}_{31} = [n_x, n_y, n_z]$. 设某点在主坐标系下坐标为 (x, y, z) ,在副坐标系下坐标为 (x_f, y_f, z_f) ,副坐标系坐标原点为 $O_1(0,0,w)$,据此可以构建一个如下的线性方程组:

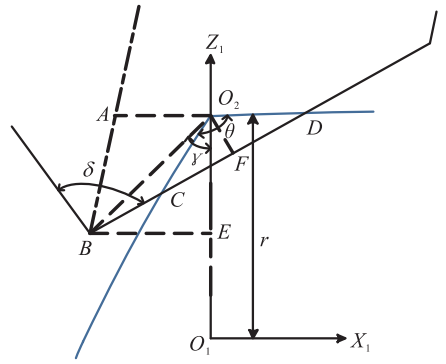


图7 刀位点与刀轴矢量

Fig. 7 Tool point and tool axis vector

$$\begin{cases} u_x \cdot x_f + m_x \cdot y_f + n_x \cdot z_f + 0 = x \\ u_y \cdot x_f + m_y \cdot y_f + n_y \cdot z_f + 0 = y \\ u_z \cdot x_f + m_z \cdot y_f + n_z \cdot z_f + w = z \end{cases}$$

因此,副坐标系点转为主坐标系坐标的转换矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} u_x & m_x & n_x & 0 \\ u_y & m_y & n_y & 0 \\ u_z & m_z & n_z & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A, B 两点在主坐标系下的坐标可由转换矩阵 \mathbf{T} 求出:

$$\mathbf{A}_z = \mathbf{T} \cdot \mathbf{A}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_z = \mathbf{T} \cdot \mathbf{B}^T \quad (7)$$

由一个个刀尖点 \mathbf{B}_z 组成刀尖轨迹.

刀轴矢量为

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{A}_z - \mathbf{B}_z}{\mathbf{A}_z - \mathbf{B}_z} \quad (8)$$

由式⑥—⑧即可确定刀具轨迹.

3 仿真实验与结果分析

为检验本文提出的倒棱加工方法的有效性,进行了仿真实验.通过对仿真模型数据的提取,计算出法截面和齿顶棱线与倒棱边界线交点之间的距离,并与倒棱大小参数进行比对分析.

3.1 倒棱参数设置与仿真步骤

设置3组倒棱参数: $L_{d1} = L_{d2} = 0.3 \text{ mm}$;

$L_{d1} = 0.2 \text{ mm}, L_{d2} = 0.3 \text{ mm}; L_{d1} = 0.3 \text{ mm}, L_{d2} = 0.2 \text{ mm}$. 锥形刀具参数为 $\Phi 4 \times 90^\circ \times 50 \times 3F$, 刀尖露出长度 $L_f = 0.5 \text{ mm}$. 在 Matlab 中, 根据式⑥—⑧编写由齿顶棱线离散点转换为倒棱刀位点和刀轴矢量的程序, 并后置处理得到数控加工代码, 而后在数控机床加工仿真软件 VERICUT 平台上建立倒棱加工仿真模型, 即可进行仿真.

在软件 VERICUT 中导入机床模型文件, 在机床转台位置添加齿轮模型(齿轮模型参数见 1.3), 并设置坐标系 $csys(0, 0, 0)$. 然后添加锥形刀刀具模型, 刀具编号设置为 1, 控制点设置为刀尖, 在添加数控仿真代码后, 进行加工仿真. 倒棱切削模型如图 8 所示, 其中倒棱切削位置两端的曲线为倒棱边界线. 将 VERICUT 切削模型导出, 在 UG 中打开并提取两端倒棱仿真边界曲线.

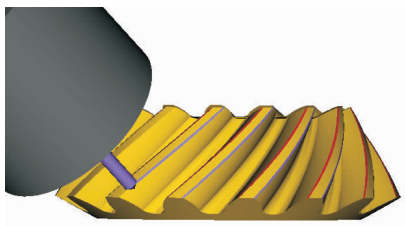
3.2 误差评价指标与结果分析

UG 中的倒棱仿真边界曲线与齿顶棱线如图 9 所示, 其中, 中间曲线为轮齿右侧齿顶棱线, 两端为倒棱仿真边界曲线. 在齿顶棱线上均匀分布 20 个离散点, 以这些离散点确定齿顶棱线法平面, 法平面与两端倒棱边界线相交得到

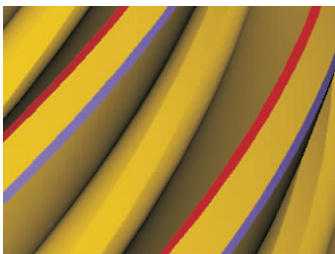
位于同一法平面的点 U 和 L . 将点 U 与点 T 之间的空间距离设为齿顶距离 D_{d1} , T 点与 L 点之间的空间距离设为齿面距离, 倒棱形状误差可由如下公式进行定义:

$$e = \max(|D_{d1} - L_{d1}|, |D_{d2} - L_{d2}|)$$

根据设置的 3 组倒棱参数进行仿真并对比, 倒棱形状误差结果如图 10 所示. 由图 10 可以看出, 3 组不同参数的倒棱的形状误差最大值皆出现在齿顶中部, 而向两端的形状误差都是呈逐渐变小的趋势, 说明倒棱刀具轨迹在齿顶中部的形状误差最大, 在齿顶上下两端的形状误差最小; 3 组倒棱形状误差均不大, 最大形状误差 $\leq 0.05 \text{ mm}$, 远小于文献[10 - 11]的误差, 说明锥形刀具倒棱确实提高了倒棱精度, 且在刀位点和刀轴矢量方程中调整倒棱大小参数



a) 倒棱切削模型



b) 倒棱放大图

图 8 倒棱切削模型

Fig. 8 Chamfer cutting model

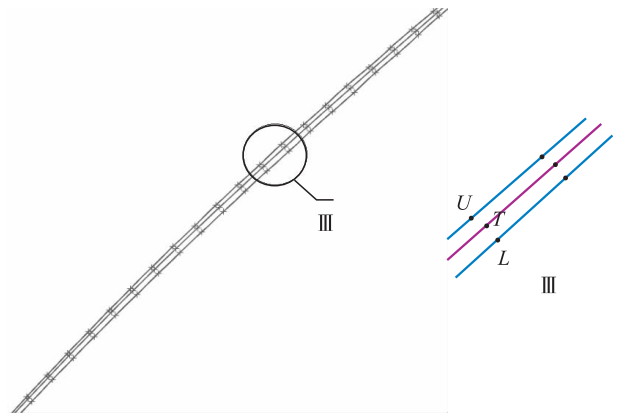


图 9 倒棱仿真边界曲线与齿顶棱线

Fig. 9 Chamfer simulation boundary line and tooth crest line

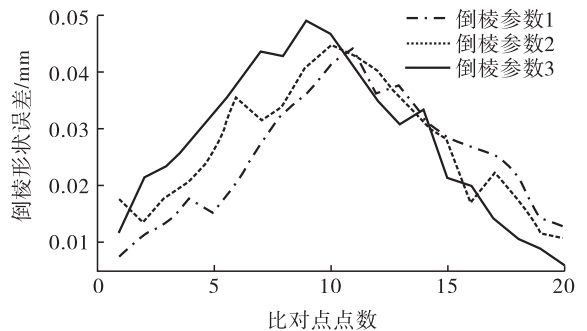


图 10 倒棱形状误差结果

Fig. 10 Result of chamfer shape error

可灵活控制倒棱大小. 本文方法中锥形刀具强度高、寿命长,具有成本低、耐用度高的优点,且该方法可在通用五轴机床上实现,无需专用机床,加工灵活性较高.

4 结语

本文提出基于锥形刀具的螺旋锥齿轮齿顶倒棱加工方法,根据齿顶棱线方程和倒棱参数的设置,对锥形刀具的刀位点和刀轴矢量进行了公式推导,进而求解刀具加工轨迹. 仿真结果表明,在3组不同倒棱参数下,倒棱的形状误差不超过0.05 mm,切实提高了倒棱精度,且倒棱大小可根据刀具轨迹方程进行调整,验证了本文倒棱方法控制倒棱大小的精确性和灵活性. 本文以小轮为研究对象,补足了单边倒棱只研究大轮而忽视小轮的不足,得出的倒棱加工刀位计算公式,为下一步倒棱自动编码软件的开发提供了理论依据.

参考文献:

- [1] GALINA I S, ANDREY E V, VLADIMIR I M. Algorithms for analysis of meshing and contact of spiral bevel gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42: 198.
- [2] FAYDOR L L, ALFONSO F, KENICHI H. Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2006, 41: 83.
- [3] 杨钟胜. 齿轮的倒棱技术[J]. *汽车工艺与材料*, 2009(9): 53.
- [4] FAN Q. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by Gleason face hobbing process[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128(11): 1314.
- [5] 翟杨益. 齿轮的倒棱技术[J]. *建筑工程技术与设计*, 2018(21): 3528.
- [6] SANYO 株式会社山百机械. 日本山阳5轴NC双曲面齿轮倒棱机[DB/OL]. (2001-09-16) [2019-11-28]. <http://sanyo-ki-kai.jp/>.
- [7] RIBBECK K M. Deburring blade, device for mounting of deburring blades and bevel gear cutting machine for chamfering and/or deburring a bevel gear: 20060047686 [P]. 2006-05-18.
- [8] 徐彦伟, 肖铁岭, 魏巍. 弧齿锥齿轮大轮齿顶倒角加工模型与虚拟加工[J]. *农业机械学报*, 2008, 39(9): 161.
- [9] 李佳, 石将, 陈新春. 螺旋锥齿轮齿顶旋分倒棱技术研究[J]. *中国机械工程*, 2014, 25(20): 2734.
- [10] 魏巍, 张连洪. 基于盘形刀具的弧齿锥齿轮齿顶倒棱加工方法研究[J]. *机械传动*, 2018, 42(7): 14.
- [11] 刘景成. 螺旋锥齿轮齿顶倒角加工技术研究[D]. 淄博: 山东理工大学, 2010.
- [12] WU X Q, ZHANG C Y. Mathematic modeling method for addendum line of spiral bevel gear [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2015, 43(18): 26.
- [13] 柴建伯. 弧齿锥齿轮齿顶棱线方程的研究与建立[J]. *中国科技信息*, 2017, 17(17): 52.
- [14] 李志明, 李宏伟. 基于几何分析求一类空间曲线的切线[J]. *高等数学研究*, 2017, 20(6): 18.
- [15] 邓效忠, 魏冰阳. 锥齿轮设计的新方法[M]. 北京: 科学出版社, 2012.